

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra aplikované mechaniky

Analýza samo-vyvažovacího mechanismu pračky

The Analysis of the Washing Machine
Auto-balancing Mechanism

Student:

Lukáš Drahorád

Vedoucí bakalářské práce:

doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.

Ostrava 2019

Zadání bakalářské práce

Student: **Lukáš Drahorád**
Studijní program: B2341 Strojírenství
Studijní obor: 3901R003 Aplikovaná mechanika
Téma: **Analýza samo-vyvažovacího mechanismu pračky**
The Analysis of the Washing Machine Auto-balancing Mechanism
Jazyk vypracování: čeština

Zásady pro vypracování:

1. Úvod do problematiky
2. Výpočtový model 2D
3. Numerická simulace 2D
4. Výpočtový model 3D
5. Vyhodnocení a závěr

Seznam doporučené odborné literatury:


- [1] Brousil, J., Slavík, J., Zeman, V. : Dynamika. SNTL, Praha, 1989.
- [2] Juliš, K., Brepta, R. : Mechanika II. díl, dynamika. SNTL, Praha, 1987.
- [3] Bittnar, Z., Řeřicha, P. : Metoda konečných prvků v dynamice konstrukcí. SNTL, Praha, 1981.
- [4] Thomson, W.T., Dahleh, M.D. : Theory of Vibration with Applications. Prentice Hall, Upper Saddle River New Jersey 1998 ISBN 0-13-651068-X


Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.**

Datum zadání: 21.12.2018

Datum odevzdání: 20.05.2019


Ing. Martin Fusek, Ph.D.
vedoucí katedry



prof. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty



Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě dne 20. května 2019.



.....

Podpis studenta

Prohlašuji, že:

- jsem si vědom, že na tuto moji závěrečnou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. Zákon o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (dále jen Autorský zákon), zejména § 35 (Užití díla v rámci občanských či náboženských obřadů nebo v rámci úředních akcí pořádaných orgány veřejné správy, v rámci školních představení a užití díla školního) a § 60 (Školní dílo),
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo užít tuto závěrečnou bakalářskou práci nekomerčně ke své vnitřní potřebě (§ 35 odst. 3 Autorského zákona),
- bude-li požadováno, jeden výtisk této bakalářské práce bude uložen u vedoucího práce,
- s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 Autorského zákona,
- užít toto své dílo, nebo poskytnout licenci k jejímu využití, mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše),
- beru na vědomí, že – podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů - že tato bakalářská práce bude před obhajobou zveřejněna na pracovišti vedoucího práce, a v elektronické podobě uložena a po obhajobě zveřejněna v Ústřední knihovně VŠB-TUO, a to bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě dne 20. května 2019.


.....

Podpis autora práce

Jméno a příjmení autora práce: Lukáš Drahorád

Adresa trvalého pobytu autora práce: Rychvald 1128, 73532 Rychvald

Anotace bakalářské práce

Drahorád, L. *Analýza samo-vyvažovacího mechanismu pračky: bakalářská práce*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra aplikované mechaniky, 2019, 63 s. Vedoucí práce: Podešva, J.

Bakalářská práce se zabývá analýzou samo-vyvažovacího mechanismu pračky. Nejdříve je krátce popsán princip tohoto mechanismu a jeho omezení, která je nutné brát v úvahu. Poté jsou popsány různé metody numerické integrace a je vybrána jedna pro řešení této práce. V další kapitole je uvedena základní teorie kmitání, bez uvažování samo-vyvažovacího mechanismu. Následně je provedeno řešení numerickou integrací pomocí Newmarkovy metody. V další části je stručně popsáno řešení 3D modelu. V závěru jsou srovnány výsledky získané numerickou integrací a analytickým výpočtem a je zhodnocen vliv samo-vyvažovacího mechanismu na kmitání pračky.

Annotation of Bachelor Thesis

Drahorád, L. *The Analysis of the Washing Machine Auto-balancing Mechanism: Bachelor Thesis*. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Applied Mechanics, 2019, 63 s. Thesis head: Podešva, J.

The theme of bachelor thesis is The Analysis of the Washing Machine Auto-balancing Mechanism. First, there is a short description of principle of the mechanism and its limitations. Then there are described various methods of numerical integration and one is chosen for solving the problem. Basic theory of vibration without auto-balancing mechanism is described in the next chapter. Subsequently is performed solution by numerical integration using Newmark method. In the next part is described shortly the solution of 3D model. In the end are compared results obtained from numerical integration and from analytical solution and then impact of the auto-balancing mechanism on the washing machine vibration is evaluated.

Obsah

1	Samo-vyvažovací mechanismus, numerická integrace	11
1.1	Popis problematiky	11
1.2	Tlumení.....	12
1.3	Omezení při použití samo-vyvažovacího mechanismu	12
1.4	Přímá numerická integrace	13
1.4.1	Typy integračních metod	13
1.4.2	Stabilita metody.....	13
1.4.3	Diferenční metoda	14
1.4.4	Newmarkova metoda	14
1.4.5	Metody založené na aproximaci setrvačných sil	14
2	Výpočtový model 2D.....	15
2.1	Zadané hodnoty	15
2.2	Výpočet tuhostí pružin a koeficientů tlumení.....	17
2.3	Úvod do teorie kmitání	18
3	Numerická simulace.....	22
3.1	Určení koeficientů α a δ	22
3.2	Jedna vyvažovací kulička	24
3.2.1	Odvození pohybových rovnic.....	24
3.2.2	Řešení pro případ jedné kuličky.....	28
3.2.3	Bez uvažování vyvažovacích kuliček	30
3.3	Více kuliček.....	31
3.4	Výsledky numerické integrace	34
3.4.1	Výsledky pro 5 kuliček.....	34
3.4.2	Výsledky pro 10 kuliček.....	40
3.4.3	Výsledky pro 20 kuliček.....	43

3.4.4	Výsledky pro 30 kuliček.....	47
4	Výpočtový model 3D.....	52
4.1	Sestavení matice tuhosti.....	52
4.2	Matice tlumení.....	55
4.3	Pohybové rovnice.....	55
4.3.1	Pohybové rovnice kuliček	55
4.3.2	Pohybové rovnice pračky.....	56
5	Vyhodnocení a závěr.....	61
6	Seznam použité literatury.....	63

Seznam použitých značek a symbolů

Značka	Jednotka	Název
a	$[m \cdot s^{-2}]$	sloupcová matice zrychlení
a_k	$[m \cdot s^{-2}]$	zrychlení kuličky
a_x, a_y	$[m \cdot s^{-2}]$	zrychlení ve směru souřadnicových os
B	$[N \cdot s \cdot m^{-1}]$	matice tlumení
b	$[N \cdot s \cdot m^{-1}]$	koeficient tlumení
e	$[m]$	excentricita
F_B	$[N]$	tlumicí síla
F_D	$[N]$	direkční síla
F_{OD}	$[N]$	odstředivá síla
F_{OD1k}	$[N]$	odstředivá síla od jedné kuličky
F_{ODk}	$[N]$	odstředivá síla od kuliček
F_{stat}	$[N]$	tíhová síla od kuliček
K	$[N \cdot m^{-1}]$	matice tuhosti
k	$[N \cdot m^{-1}]$	tuhost pružiny
M	$[kg]$	matice hmot
m_k	$[kg]$	hmotnost jedné vyvažovací kuličky
N	$[N]$	normálová síla
n	$[-]$	počet kuliček
n	$[min^{-1}]$	otáčky bubnu při procesu sušení
P	$[N]$	matice pravých stran
r_t	$[m]$	sloupcová matice posunutí
\dot{r}_t	$[m \cdot s^{-1}]$	sloupcová matice rychlosti

$\ddot{\mathbf{r}}_t$	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-2}]$	sloupcová matice zrychlení
T_n	$[\text{s}]$	nejkratší vlastní perioda
\mathbf{u}	$[\text{m}]$	sloupcová matice posunutí
\mathbf{v}	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$	sloupcová matice rychlostí
v_x, v_y	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$	rychlost ve směru souřadnicových os
x, y	$[\text{m}]$	posunutí ve směru souřadnicových os
x_a, y_a	$[\text{m}]$	amplitudové složka výchylky
α	$[\text{°}]$	úhel určující polohu pružin
α, δ	$[-]$	koeficienty Newmarkovy metody
β	$[\text{°}]$	úhel určující polohu tlumičů
Δl	$[\text{m}]$	prodloužení pružiny
Δt_k	$[\text{s}]$	délka integračního kroku
$\delta_x, \delta_y, \delta_T$	$[\text{s}^{-1}]$	konstanty doznívání
η_x, η_y	$[-]$	činitele naladění
ϑ	$[\text{°}]$	úhel mezi kuličkou a souřadnicovou osou x
ξ	$[\text{m}]$	rameno valivého odporu
ψ_x, ψ_y, ψ_z	$[\text{°}]$	úhly natočení okolo souřadnicových os (stupně volnosti)
ω	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$	úhlová rychlost

Úvod

Cílem bakalářské práce je analyzovat samo-vyvažovací mechanismus průmyslové pračky. Tento mechanismus se používá u strojních zařízení, které rotují vysokými otáčkami. Takovéto rotační stroje jsou velmi často doprovázeny vibracemi. Tyto vibrace mohou způsobovat různé vlivy, jedním z nich je nevyvážená hmota, která vyvolá odstředivou sílu. Pro malé úhlové rychlosti je tato síla malá, avšak pro větší rychlosti otáčení např. mód sušení prádla v pračce, může tato nevyváha způsobit poměrně značné vibrace. Z tohoto důvodu je potřeba u takovýchto strojů vibrace minimalizovat. Tato bakalářská práce se zaměřuje na samo-vyvažovací mechanismus v podobě kuliček, které se volně pohybují ve dvou kruhových drážkách, přičemž jedna je umístěna v přední části a druhá v zadní části pračky. V průběhu praní se může část prádla rozložit nerovnoměrně po obvodu bubnu, a vzniká tedy nevyváha a následně odstředivá síla. V této práci bude zkoumána poloha vyvažovacích kuliček v závislosti na poloze nevyvážku. Bude také analyzováno, zda samo-vyvažovací mechanismus dostatečně sníží kmitání pračky. Dále je nutné zjistit, zda v případě, kdy je prádlo rozloženo rovnoměrně (tedy 0% nevyváha) nezpůsobují právě vyvažovací kuličky kmitání pračky. Řešení bude provedeno numerickou integrací pomocí Newmarkovy metody.

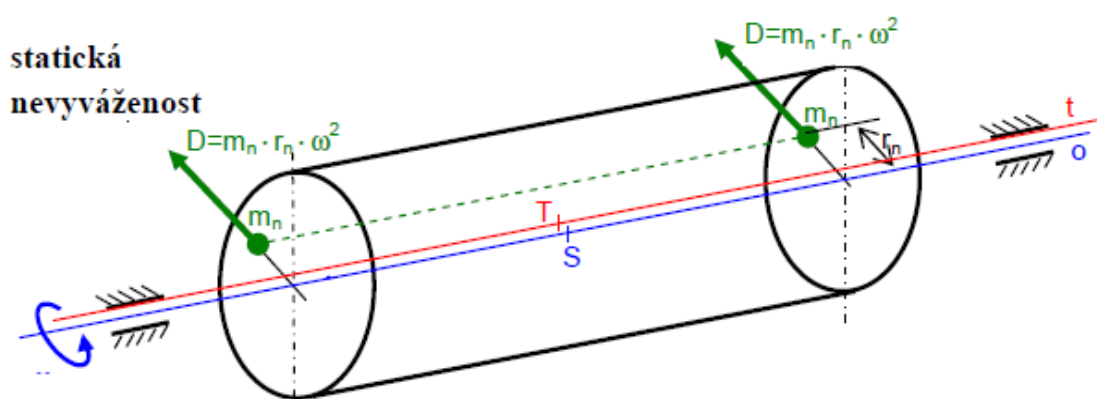


Obr. 1 Průmyslová pračka [5]

1 Samo-vyvažovací mechanismus, numerická integrace

1.1 Popis problematiky

Mnoho rotačních strojů se potýká s vibracemi způsobenými rotující nevyváhou. Tyto vibrace mohou být redukovány vyvážením. Toho lze docílit například přidáním vhodné hmoty na místo rotačního stroje, určené například předcházejícím měřením vibrací. Toto řešení je vhodné zejména pro statickou nevyváhu, která nezávisí na úhlové rychlosti. V případě, že poloha nevyvážené hmoty a její velikost se v čase mění, je řešení složitější. Jedna z často používaných metod vyvážení je právě samo-vyvažovací mechanismus.



Obr. 2 Ukázka statické nevyváhy na rotujícím tělese [1]

Jeden ze způsobů provedení samo-vyvažovacího mechanismu jsou již výše zmíněné volně se pohybující kuličky v kruhové drážce, které se shromáždí na opačné straně bubnu než je nevyváha a tím snižují výslednou odstředivou sílu, která způsobuje kmitání. Podmínkou je, aby rotační stroj pracoval s úhlovou rychlostí vyšší, než je vlastní kruhová frekvence stroje, neboť v opačném případě se kuličky ustálí v poloze poblíž nevyváhy a vibrace se tím zvýší. Dále pro správnou funkčnost je nutné počítat s určitým tlumením, které způsobí rozptyl kinetické energie a tím se kuličky ustaví ve stabilní poloze. Samo-vyvažovací mechanismus v případě suchého tření funguje pouze za určitých podmínek. Podrobněji jsou typy možných modelů tlumení popsány níže. [6]

1.2 Tlumení

Nejčastěji je tlumení mezi kuličkami a drážkou uvažováno pouze pomocí viskózní kapaliny a ignorují se třecí síly. Další model třecích sil, který je možno použít i pokud se stroj otáčí s nižší úhlovou rychlostí, než je vlastní kruhová frekvence stroje, může být například, uvážíme-li podobnost valení kuliček v kruhové drážce s valením kuliček v ložisku. Pro $\dot{\varphi} > 0$ se dá třecí síla T určit ze vztahu

$$T = N \cdot \frac{\xi}{r_k} = m_k \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \frac{\xi}{r_k} \quad (1.1)$$

kde

N	je normálová síla
$\dot{\varphi}$	je relativní úhlová rychlost mezi kuličkou a drážkou
m_k	je hmotnost kuličky
r	je poloměr kruhové drážky
ω	je úhlová rychlost bubnu pračky
r_k	je poloměr kuličky
ξ	rameno valivého odporu

Další metoda uvážení třecí síly je např. LuGreho model, která definuje třecí síly pomocí štěrbin na povrchu. Ve všech modelech je třecí síla lineárně závislá na normálových silách mezi kuličkami a drážkou, jelikož je normálová síla rovna odstředivé síle, tak třecí síla je závislá na úhlové rychlosti ve druhé mocnině (ω^2). Porovnáváním těchto různých modelů třecích sil bylo zjištěno, že při malém tření jsou si výsledky podobné. Pro tuto práci jsem uvažoval tlumení viskózní kapalinou. [6]

1.3 Omezení při použití samo-vyvažovacího mechanismu

Jak již bylo zmíněno výše, je nutné, aby stroj pracoval ve vysokých otáčkách v porovnání s vlastní kruhovou frekvencí. Avšak pokud stroj pracuje při nízkých otáčkách je odstředivá síla menší, a tudíž i vibrace jsou menší (vyjma rezonance).

Odchyly od přesné geometrie stroje také zhoršují vyvažování např. eliptický tvar může způsobovat poměrně velkou zbytkovou nevyváženost. Dalším předpokladem je, že kuličky budou mít dostatečnou hmotnost a také jich bude dostatečný počet pro snížení odstředivé síly. [8]

1.4 Přímá numerická integrace

Princip numerické integrace spočívá v tom, že pohybová rovnice řešená numerickou integrací se splní jen v konečném počtu okamžiků t_m .

Vzdálenost jednotlivých časových okamžiků

$$\Delta t_k = t_{k+1} - t_k \quad (1.2)$$

se nazývá délka integračního kroku. Numerická integrace je oproti klasické analytické metodě výhodnější v případě velkého počtu rovnic s ohledem na šetření výpočtového času a také paměti počítače. [2]

1.4.1 Typy integračních metod

Existují tři typy metod – explicitní, implicitní a metoda prediktor – korektor.

Třetí zmíněná metoda se používá zejména při řešení nelineárních úloh. Rozdíl mezi explicitní a implicitní metodou je v tom, ve kterém časovém okamžiku využívají řešenou rovnici. Explicitní metody využívají znalosti rovnic v čase t a na základě toho vypočtou tvary v čase $t + \Delta t$. U explicitních metod není třeba triangulovat (faktorizovat) matici tuhosti. Oproti tomu implicitní metody využívají pohybové rovnice v čase $t + \Delta t$. Tyto metody jsou vhodné pro lineární případy. [2]

1.4.2 Stabilita metody

Pokud je metoda stabilní, nesmí pro libovolné počáteční podmínky řešení narůstat nade všechny meze. Pokud je toto splněno pro libovolný poměr $\frac{\Delta t}{T_n}$ (kde T_n je nejkratší vlastní perioda), pak je metoda nepodmíněně stabilní, kdežto je-li splněna pouze pro vybraný poměr $\frac{\Delta t}{T_n}$, pak je metoda podmíněně stabilní. [2]

1.4.3 Diferenční metoda

V této metodě se užívá náhrady derivací nezávisle proměnné podle času diferencemi. Jedná se o explicitní metodu, kterou je vhodné použít při diagonální matici hmotnosti. Tato metoda je podmíněně stabilní, a to pro poměr $\frac{\Delta t}{T_n} \leq \frac{1}{\pi}$ tudíž pro délku integračního kroku musí platit:

$$\Delta t \leq \frac{T_n}{\pi} \quad (1.3)$$

Pro použití této metody je tedy vhodné použít diagonální matici soustředěných hmotností a zároveň splnit podmínku pro délku integračního kroku. Při použití soustředěných hmotností však vznikají nehmotné stupně volnosti. Pokud tyto nulové prvky nahradíme velice malými čísly, musíme následně zvolit velice malou délku integračního kroku, což vede k časově náročným a drahým výpočtům. [2]

1.4.4 Newmarkova metoda

Jedná se o metodu implicitní, tudíž je potřeba triangulovat matici tuhosti. Základní vzorce Newmarkovy metody v čase $t + \Delta t$ jsou dle [2]

$$\dot{\mathbf{r}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{r}}_t + [(1 - \delta) \cdot \ddot{\mathbf{r}}_t + \delta \cdot \ddot{\mathbf{r}}_{t+\Delta t}] \cdot \Delta t \quad (1.4)$$

$$\mathbf{r}_{t+\Delta t} = \mathbf{r}_t + \Delta t \cdot \dot{\mathbf{r}}_t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \cdot \ddot{\mathbf{r}}_t + \alpha \cdot \ddot{\mathbf{r}}_{t+\Delta t} \right] \cdot \Delta t^2 \quad (1.5)$$

Z těchto rovnic lze parametry α a δ určit tak, aby metoda byla stabilní. Například aby to byla metoda průměrného konstantního zrychlení. Pro řešení této metody je vhodné neměnit výpočtovou matici v průběhu integrace, aby ji nebylo nutné znovu triangulovat. Toto se zajistí, pokud délka integračního kroku bude stále stejná. [2]

V této práci jsem použil tuto metodu a parametry α a δ jsem určil tak, že zrychlení mezi dvěma časovými úseky je nahrazeno lineárně.

1.4.5 Metody založené na aproximaci setrvačných sil

Jde o případ metody prediktor – korektor. V této metodě se jako primární veličina uvažují setrvačné síly, které se aproximují. Z tohoto důvodu je potřeba zapsat pohybovou rovnici ve tvaru

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{r}} = -\mathbf{B} \cdot \dot{\mathbf{r}} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{r} + \mathbf{p} = \mathbf{h}. \quad (1.6)$$

Aproximuje se vektor \mathbf{h} v intervalu $\langle t, t + \Delta t \rangle$ nejčastěji polynomem 4. řádu. [2]

2 Výpočtový model 2D

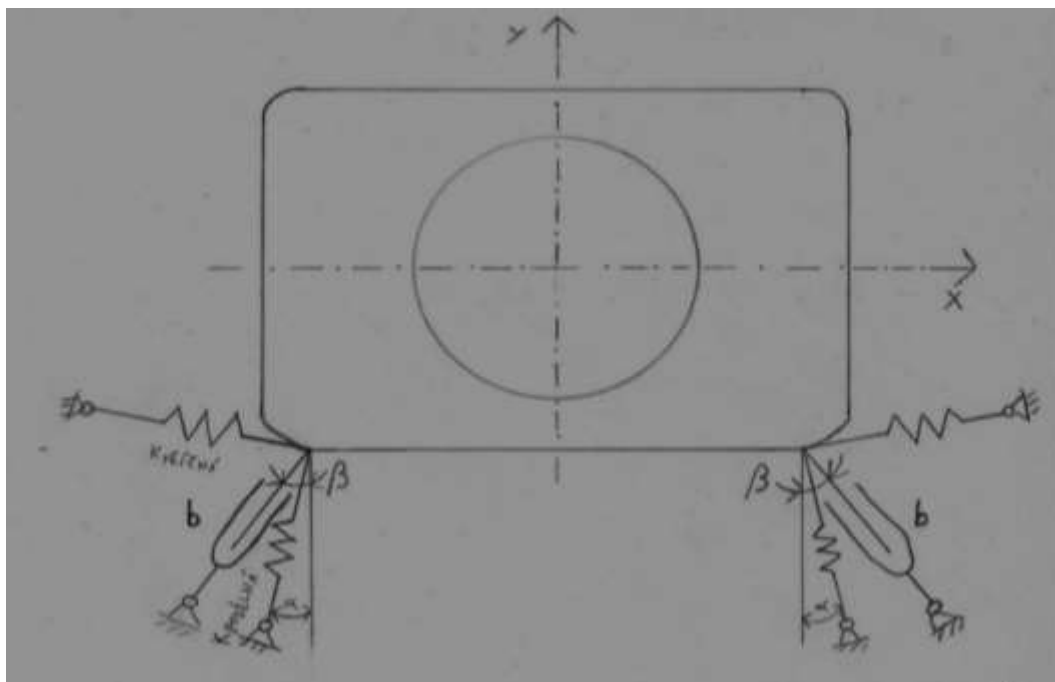
V této kapitole jsem provedl zjednodušený analytický výpočet (bez uvažování samo-vyvažovacího mechanismu) amplitud kmitání ve dvou navzájem kolmých směrech. Takto získané výsledky budou poté ověřeny a porovnány s numerickou integrací. Výpočet byl proveden pro konstantní otáčky. Hmotnost prádla uvnitř pračky je také stejná, avšak uvažované množství nerovnoměrně rozloženého prádla jsem řešil pro různé hodnoty. V procesu praní prádlo vsákne určité množství vody, a tím zvýší svou hmotnost, proto je uvedena i hmotnost mokrého prádla.

2.1 Zadané hodnoty

$m_{\text{konstr}} = 70 \text{ kg}$	hmotnost pračky bez rotujících částí
$m_{\text{bubnu}} = 20 \text{ kg}$	hmotnost rotující části pračky (bubnu)
$m_{\text{pr}} = 8 \text{ kg}$	hmotnost suchého prádla
$m_{\text{mok}} = 1,5 \cdot m_{\text{pr}} = 12 \text{ kg}$	hmotnost mokrého prádla
$\mu_{\text{nevyváhy}} = m_{\text{nevyváhy}}/m_{\text{pr}} = 5\% \div 30\%$	procento nevyváženého prádla
$m_{\text{nevyváhy}} = \mu_{\text{nevyváhy}} \cdot m_{\text{pr}}$	hmotnost nevyváženého prádla
$e = 200 \text{ mm}$	excentricita
$m_{\text{celk}} = m_{\text{konstr}} + m_{\text{bubnu}} + m_{\text{mok}} = 102 \text{ kg}$	celková hmotnost
$m_k = 30 \text{ g}$	hmotnost jedné vyvažovací kuličky
$r_k = 10 \text{ mm}$	poloměr kuličky
$r = 280 \text{ mm}$	poloměr kruhové drážky, ve které se kuličky pohybují
$n_{\text{max}} = 1165 \text{ ot/min}$	maximální otáčky bubnu pračky

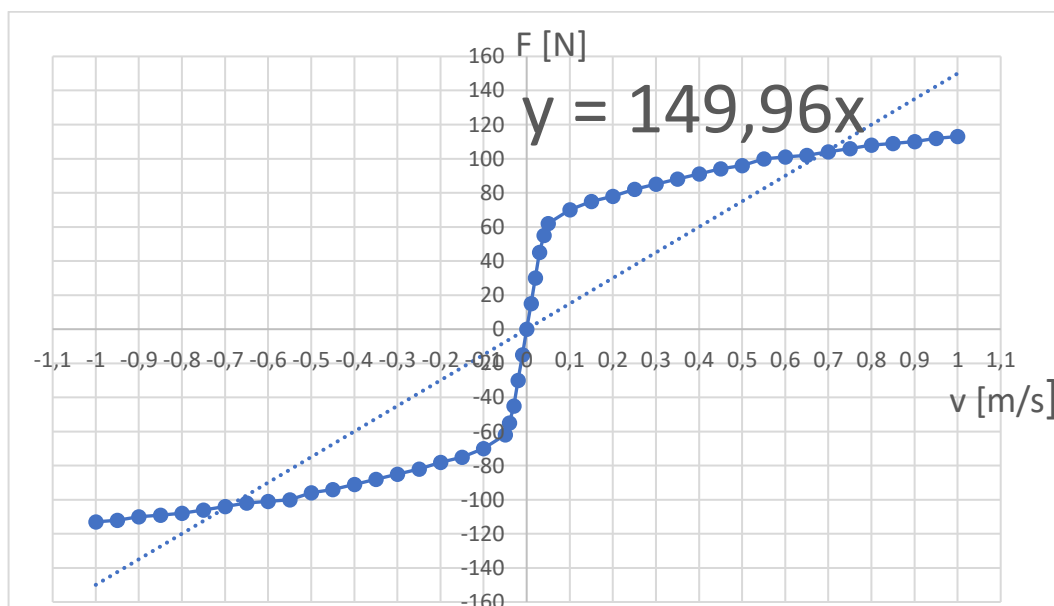
Pračka je uložena na 4 pružinách s rozdílnou podélnou a příčnou tuhostí. Pružiny svírají s osou y úhel $\alpha = 12^\circ$. Uložení je zobrazeno na Obr. 3

$$k_{\text{pod}} = 5000 \text{ N/m}, k_{\text{př}} = 2500 \text{ N/m}$$



Obr. 3 Uspořádání pružin a tlumičů

Tlumení je realizováno pomocí 4 tlumičů svírajících s osou y úhel $\beta = 30^\circ$ (Obr. 3). Tlumiče přenášejí sílu pouze v podélném směru, v příčném směru je tlumení nulové. Koeficient tlumení vychází ze závislosti tlumicí síly na rychlosti v grafu na Obr. 4. Pro jednodušší analytické výpočty je tato funkce linearizována. Jak bude ukázáno níže tato hrubá linearizace tlumicí křivky nemá velký vliv na výsledky, a tudíž je možné funkci linearizovat.

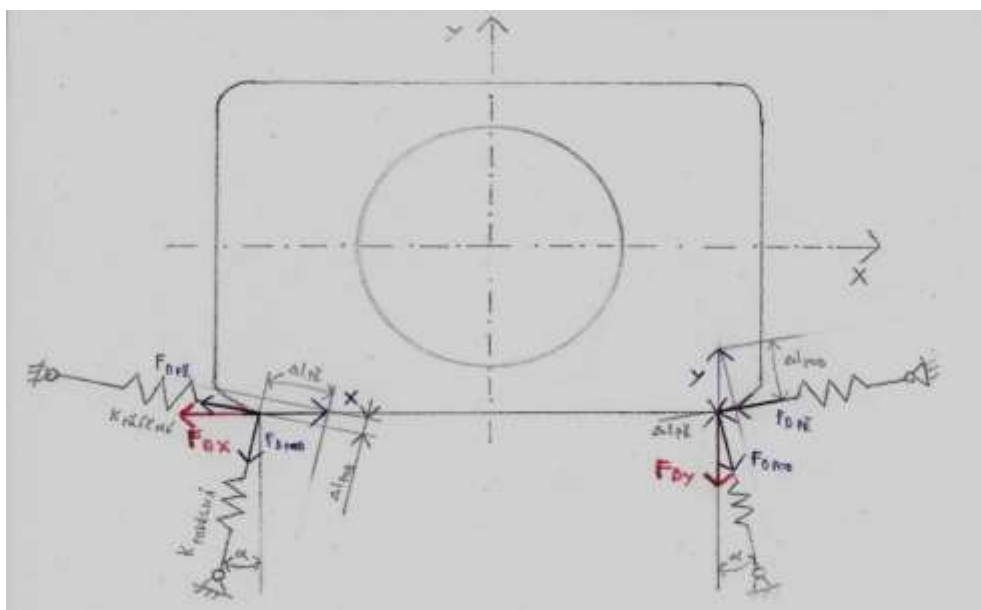


Obr. 4 Charakteristika tlumení

Linearizovaná funkce $F_B = 150 \cdot v$

Koeficient tlumení tedy bude $b = 150 \text{ N} \cdot \text{s/m}$

2.2 Výpočet tuhostí pružin a koeficientů tlumení



Obr. 5 Rozložení tuhosti do složek

Při výpočtu jsou uvažovány malé deformace vzhledem k volným délkám pružin, a tudíž zanedbávám změnu úhlu α při deformaci pružin.

$$F_{Dx} = F_{Dpod} \cdot \sin \alpha + F_{Dpř} \cdot \cos \alpha$$

$$k_x \cdot x = k_{pod} \cdot \Delta l_{pod} \cdot \sin \alpha + k_{př} \cdot \Delta l_{př} \cdot \cos \alpha$$

(2.1)

$$\Delta l_{pod} = x \cdot \sin \alpha$$

$$\Delta l_{př} = x \cdot \cos \alpha$$

Po dosazení a zkrácení je tuhost jedné pružiny ve směru osy x

$$k_x = k_{pod} \cdot \sin^2 \alpha + k_{př} \cdot \cos^2 \alpha$$

(2.2)

Pro 4 pružiny tedy platí:

$$k_x = 4 \cdot (k_{pod} \cdot \sin^2 \alpha + k_{př} \cdot \cos^2 \alpha) = 4 \cdot (5000 \cdot \sin^2 12^\circ + 2500 \cdot \cos^2 12^\circ) =$$

(2.3)

$$10432,3 \text{ N/m}$$

Obdobně pro směr osy y

$$F_{Dy} = F_{Dpod} \cdot \cos \alpha + F_{Dpř} \cdot \sin \alpha$$

$$k_y \cdot y = k_{pod} \cdot \Delta l_{pod} \cdot \cos \alpha + k_{př} \cdot \Delta l_{př} \cdot \sin \alpha$$

$$\Delta l_{pod} = y \cdot \cos \alpha$$

(2.4)

$$\Delta l_{př} = y \cdot \sin \alpha$$

$$k_y = k_{pod} \cdot \cos^2 \alpha + k_{př} \cdot \sin^2 \alpha$$

$$k_y = 4 \cdot (k_{pod} \cdot \cos^2 \alpha + k_{př} \cdot \sin^2 \alpha) = 19567,7 \text{ N/m}$$

Pro koeficienty tlumení platí obdobné vztahy, avšak $b_{př} = 0$.

$$b_x = 4 \cdot b \cdot \sin^2 \alpha = 4 \cdot 150 \cdot \sin^2 30^\circ = 150 \text{ N} \cdot \text{s/m} \quad (2.5)$$

$$b_y = 4 \cdot b \cdot \cos^2 \alpha = 4 \cdot 150 \cdot \cos^2 30^\circ = 450 \text{ N} \cdot \text{s/m} \quad (2.6)$$

2.3 Úvod do teorie kmitání

Odstředivá síla od nevyvážené hmoty způsobí kmitání pračky. Pračka má dva stupně volnosti – posuvy ve směru osy x a y . Natočení pračky neuvažuji. Výpočet odstředivé síly je

$$F_{OD} = m_{rot} \cdot r_T \cdot \omega^2 = (m_{bubnu} + m_{mok}) \cdot r_T \cdot \omega^2 \quad (2.7)$$

m_{rot} je hmotnost rotujících částí

r_T je vzdálenost těžiště od osy rotace

ω je úhlová rychlost

Hmotnost mohu rozdělit na dvě skupiny, v první skupině bude hmotnost vyvážených rotujících částí a ve druhé pouze hmotnost nevyváhy.

$$m_{rot} = [m_{bubnu} + (m_{mok} - m_{nevývahy}) + m_{nevývahy}] \quad (2.8)$$

Pro výpočet polohy těžiště platí:

$$r_T = \frac{[m_{bubnu} + (m_{mok} - m_{nevývahy})] \cdot r_S + m_{nevývahy} \cdot e}{m_{bubnu} + m_{mok}} \quad (2.9)$$

kde e je excentricita (vzdálenost nevyvážku od osy rotace)

Pokud předpokládám, že osa rotace je totožná s těžištěm bubnu ve vyváženém stavu (tedy $r_S = 0$) vzdálenost těžiště od osy rotace je pak rovna

$$r_T = \frac{0 + m_{nevývahy} \cdot e}{m_{bubnu} + m_{mok}} \quad (2.10)$$

Po úpravě se pak odstředivá síla vypočte:

$$(m_{bubnu} + m_{mok}) \cdot r_T = m_{nevývahy} \cdot e \quad (2.11)$$

$$F_{OD} = (m_{bubnu} + m_{mok}) \cdot r_T \cdot \omega^2 = m_{nevývahy} \cdot e \cdot \omega^2 \quad (2.12)$$

Pohybové rovnice pračky jsou

$$m_{celk} \cdot a_x + b_x \cdot v_x + k_x \cdot x = F_{OD} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (2.13)$$

$$m_{celk} \cdot a_y + b_y \cdot v_y + k_y \cdot y = F_{OD} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (2.14)$$

kde

a_x, a_y jsou zrychlení

v_x, v_y jsou rychlosti

x, y jsou posunutí

Přestože má soustava dva stupně volnosti, jsou tyto stupně volnosti na sobě nezávislé, tudíž řeším jakoby „2x kmitání s jedním stupněm volnosti“. Jednou v ose x a jednou v ose y.

Výpočet vlastních kruhových frekvencí:

$$\Omega_{0x} = \sqrt{\frac{k_x}{m_{celk}}} = \sqrt{\frac{10432,3}{102}} = 10,11 \text{ s}^{-1} \quad (2.15)$$

$$\Omega_{0y} = \sqrt{\frac{k_y}{m_{celk}}} = \sqrt{\frac{19567,7}{102}} = 13,85 \text{ s}^{-1} \quad (2.16)$$

Výpočet konstant doznívání:

$$\delta_x = \frac{b_x}{2 \cdot m_{celk}} = \frac{150}{2 \cdot 102} = 0,735 \text{ s}^{-1} \quad (2.17)$$

$$\delta_y = \frac{b_y}{2 \cdot m_{celk}} = \frac{450}{2 \cdot 102} = 2,206 \text{ s}^{-1} \quad (2.18)$$

Řešení pohybových rovnic v ustáleném stavu:

$$x_{(t)} = x_a \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (2.19)$$

$$y_{(t)} = y_a \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (2.20)$$

Určení amplitud:

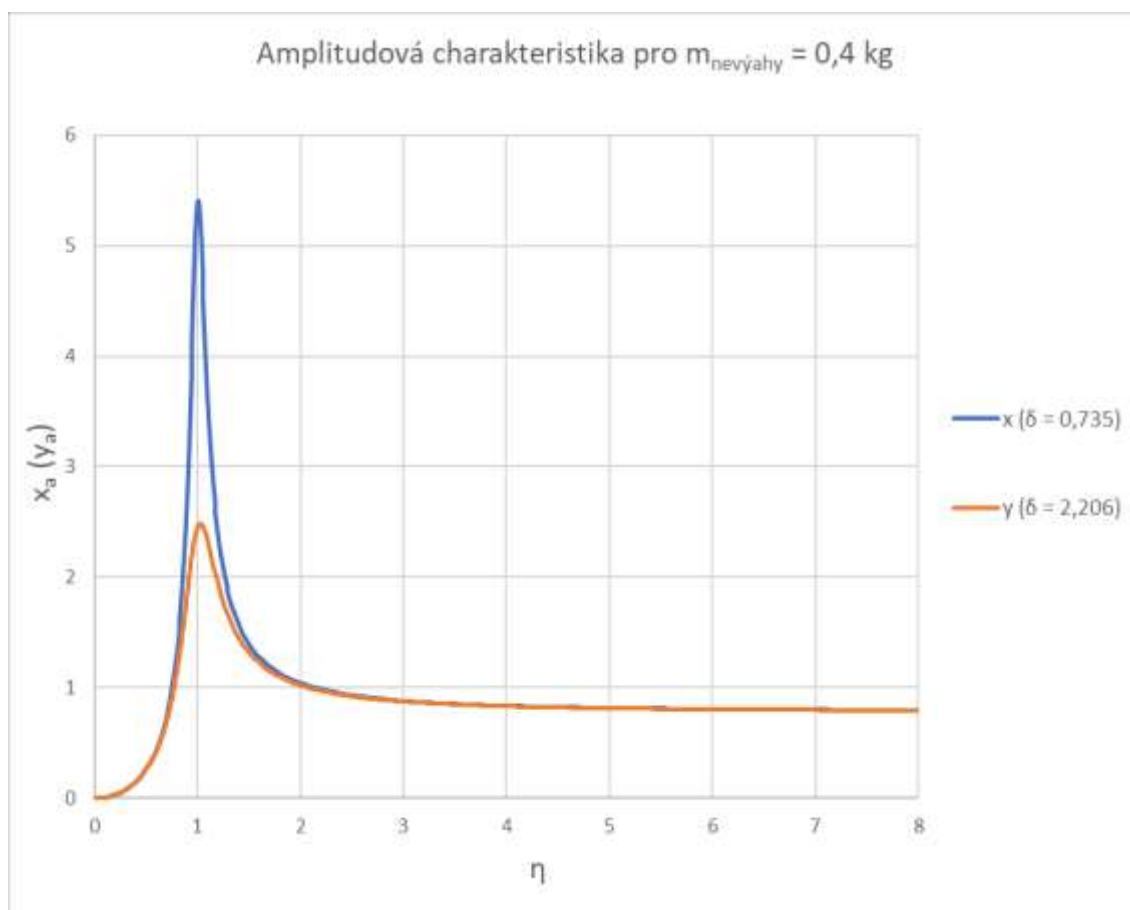
$$x_a = \frac{F_{OD}}{m_{celk}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\Omega_{0x}^2 - \omega^2)^2 + (2 \cdot \delta_x \cdot \omega)^2}} = \frac{m_{nevývahy}}{m_{celk}} \cdot e \cdot \frac{\omega^2}{\sqrt{(\Omega_{0x}^2 - \omega^2)^2 + (2 \cdot \delta_x \cdot \omega)^2}} \quad (2.21)$$

$$y_a = \frac{F_{OD}}{m_{celk}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\Omega_{0y}^2 - \omega^2)^2 + (2 \cdot \delta_y \cdot \omega)^2}} = \frac{m_{nevývahy}}{m_{celk}} \cdot e \cdot \frac{\omega^2}{\sqrt{(\Omega_{0y}^2 - \omega^2)^2 + (2 \cdot \delta_y \cdot \omega)^2}} \quad (2.22)$$

Pro činitel naladění $\eta > 4$ (viz níže) jsou amplitudy rovny

$$x_a = y_a = \frac{m_{\text{nevývahy}}}{m_{\text{celk}}} \cdot e \quad (2.23)$$

Amplitudová charakteristika



Obr. 6 Amplitudová charakteristika

Z charakteristiky na Obr. 6 je zřejmé, že pro činitel naladění $\eta > (3 \div 4)$ je vliv tlumení zanedbatelný a hodnoty amplitudy v ose x a y se vzájemně téměř rovnají a zároveň limitně blíží hodnotě $\frac{m_{\text{nevývahy}}}{m_{\text{celk}}} \cdot e$. Z tohoto důvodu je možné křivku tlumení linearizovat.

Uvažované konstantní otáčky, při kterých jsem prováděl analýzu jsou

$$n = n_{\text{max}} \cdot 0,8 = 1165 \cdot 0,8 = 932 \text{ ot/min} \quad (2.24)$$

a následně úhlová rychlost

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 932}{60} = 97,6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \quad (2.25)$$

Činitel naladění pro kmitání ve směru osy x a y:

$$\eta_x = \frac{\omega}{\Omega_{0x}} = \frac{97,6}{10,11} = 9,65 [-] \quad (2.26)$$

$$\eta_y = \frac{\omega}{\Omega_{0y}} = \frac{97,6}{13,85} = 7,05 [-] \quad (2.27)$$

Při těchto otáčkách je činitel naladění větší než 7, a tudíž je možno dle výše zmíněné charakteristiky zanedbat vliv tlumení a člen, který násobí limitní hodnotu položit rovno 1 (viz níže). Řešení jsem prováděl pro různá procenta nevyváženého prádla. Výpočet amplitud dosazením do rovnice (2.23) pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 5 \%$ je následující

$$m_{\text{nevývahy}} = \mu_{\text{nevývahy}} \cdot m_{\text{pr}} = 0,05 \cdot 8 = 0,4 \text{ kg}$$

$$F_{\text{OD}} = m_{\text{nevývahy}} \cdot e \cdot \omega^2 = 0,4 \cdot 0,2 \cdot 97,6^2 = 762,06 \text{ N}$$

$$x_a = y_a = \frac{m_{\text{nevývahy}}}{m_{\text{celk}}} \cdot e = \frac{0,4}{102} \cdot 200 = 0,784 \text{ mm}$$

Pokud bych ve výpočtu nezanedbal člen $\frac{\omega^2}{\sqrt{(\Omega_{0x}^2 - \omega^2)^2 + (2 \cdot \delta_x \cdot \omega)^2}}$ resp. $\frac{\omega^2}{\sqrt{(\Omega_{0y}^2 - \omega^2)^2 + (2 \cdot \delta_y \cdot \omega)^2}}$, pak

$x_a = 0,793 \text{ mm}$, $y_a = 0,799 \text{ mm}$ což je rozdíl zhruba 2 % od vypočtené hodnoty dle (2.23).

Výpočet pro další procentuální nevývahy je v principu stejný, a tudíž uvádím pouze zapsané výsledky v Tabulce 1.

Tabulka 1 Amplitudy výchylek a odstředivé síly pro různé nevývahy

$\mu_{\text{nevývahy}} [\%]$	$m_{\text{nevývahy}} [\text{kg}]$	$F_{\text{OD}} [\text{N}]$	$x_a = y_a [\text{mm}]$
0	0	0	0
5	0,4	762,06	0,784
10	0,8	1524,12	1,569
15	1,2	2286,18	2,353
20	1,6	3048,24	3,138
25	2	3810,30	3,922
30	2,4	4572,36	4,706

3 Numerická simulace

V této kapitole jsem zjišťoval výsledky numerickou integrací pomocí Newmarkovy metody, které jsem následně porovnával s analytickými výpočty. Nejdříve je popsán stav pro 1 kuličku a následně jsem přidával další kuličky a zkoumal chování pro různou hmotnost nevývahy. Při výpočtu byly využity základní rovnice Newmarkovy metody (1.4 a 1.5) s tím, že koeficienty α a δ jsem zvolil tak, aby zrychlení mezi jednotlivými časovými kroky bylo nahrazeno lineárně. Při výpočtu jsem zavedl zjednodušení v hodnotě úhlu ϕ , což je relativní úhel mezi kuličkami a nevývahou, kdy jsem pro získání zrychlení v čase $t + \Delta t$ použil hodnotu úhlu ϕ v čase t . Jelikož je tento argument obsažen ve funkcích *sinus* a *cosinus* bylo by z důvodu nelinearity pro přesnější řešení nutné v každém integračním kroku provést iterační cyklus, kterým bych zjistil hodnotu úhlu ϕ s požadovanou přesností. Abych snížil vliv této chyby, zvolil jsem poměrně malou délku integračního kroku $\Delta t = 0,0005$ s. Pro uvažované otáčky $n = 932$ ot/min se buben v každém integračním kroku pootočí o $2,8^\circ$. Dalším problémem je využití výpočtového modelu bez uvažování kontaktu mezi kuličkami, neboť ve skutečnosti ke kontaktu samozřejmě dochází. Při výpočtu numerickou integrací kuličky prochází skrz sebe a neodráží se, jak tomu je ve skutečnosti. Z hlediska zákona zachování hybnosti je toto v pořádku, avšak drobná nepřesnost je v rozdílné době trvání děje. Při kontaktu kuliček vzniká tzv. okamžitý pružný ráz ($t \rightarrow 0$), ale při použití výpočtového modelu, ve kterém kuličky procházejí skrz sebe uplyne jistý čas, než jedna kulička urazí dráhu o velikosti průměru kuličky (projde skrz druhou kuličku).

3.1 Určení koeficientů α a δ

Jak je uvedeno výše pro řešení jsem zvolil metodu lineárně se měnícího zrychlení, která je přesnější než například metoda průměrného konstantního zrychlení.

Pro lineární zrychlení platí vztah

$$\frac{dv}{dt} = a_{(t+\Delta t)} = a_{(t)} + k \cdot \Delta t \rightarrow k = \frac{a_{(t+\Delta t)} - a_{(t)}}{\Delta t} \quad (3.1)$$

Z toho mohou získat rychlost integrací

$$\int_{v(t)}^{v(t+\Delta t)} dv = \int_0^{\Delta t} a_{(t)} dt + \int_0^{\Delta t} k \cdot \Delta t dt \quad (3.2)$$

$$v_{(t+\Delta t)} = v_{(t)} + a_{(t)} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta t^2 = \frac{ds}{dt}$$

A následně dráhu další integrací

$$\int_{s(t)}^{s(t+\Delta t)} ds = \int_0^{\Delta t} v_{(t)} dt + \int_0^{\Delta t} a_{(t)} \cdot \Delta t dt + \int_0^{\Delta t} \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta t^2 dt \quad (3.3)$$

$$s_{(t+\Delta t)} = s_{(t)} + v_{(t)} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a_{(t)} \cdot \Delta t^2 + \frac{1}{6} \cdot k \cdot \Delta t^3$$

Po dosazení rovnice (3.2) do rovnice (1.4) a úpravě získám

$$\begin{aligned} v_{(t+\Delta t)} &= v_{(t)} + [(1 - \delta) \cdot a_{(t)} + \delta \cdot a_{(t+\Delta t)}] \cdot \Delta t = v_{(t)} + a_{(t)} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta t^2 \\ a_{(t)} \cdot \Delta t - \delta \cdot a_{(t)} \cdot \Delta t + \delta \cdot a_{(t+\Delta t)} \cdot \Delta t &= a_{(t)} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \frac{a_{(t+\Delta t)} - a_{(t)}}{\Delta t} \cdot \Delta t^2 \\ \delta \cdot (a_{(t+\Delta t)} - a_{(t)}) &= \frac{1}{2} \cdot (a_{(t+\Delta t)} - a_{(t)}) \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\delta = \frac{1}{2}$$

A po dosazení rovnice (3.3) do rovnice (1.5) a úpravě získám

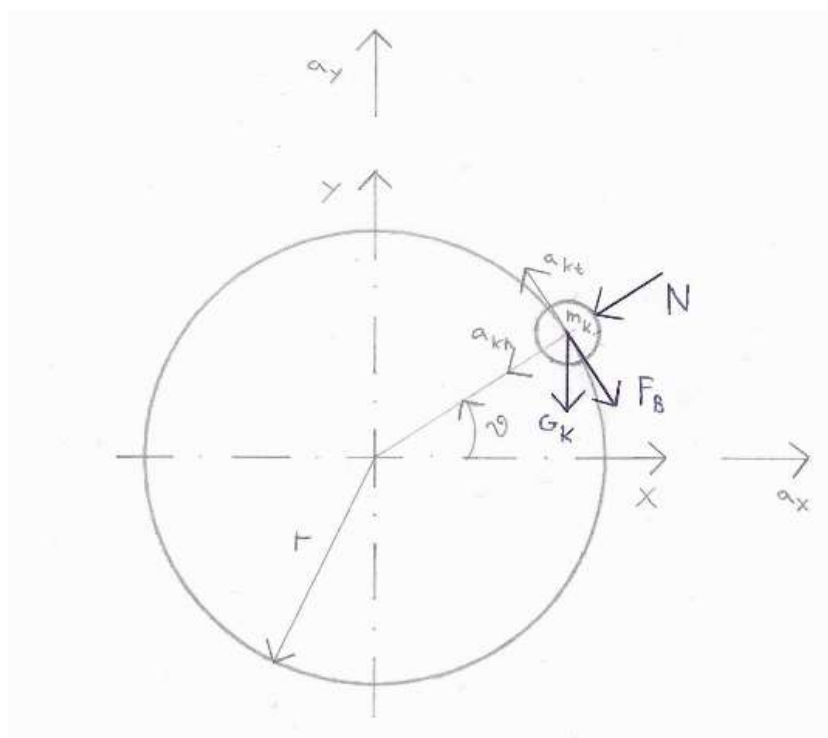
$$\begin{aligned} s_{(t+\Delta t)} &= s_{(t)} + \Delta t \cdot v_{(t)} + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \cdot a_{(t)} + \alpha \cdot a_{(t+\Delta t)} \right] \cdot \Delta t^2 = s_{(t)} + v_{(t)} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a_{(t)} \cdot \\ &\Delta t^2 + \frac{1}{6} \cdot k \cdot \Delta t^3 \\ \left[\frac{1}{2} \cdot a_{(t)} - \alpha \cdot a_{(t)} + \alpha \cdot a_{(t+\Delta t)} \right] \cdot \Delta t^2 &= \frac{1}{2} \cdot a_{(t)} \cdot \Delta t^2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{a_{(t+\Delta t)} - a_{(t)}}{\Delta t} \cdot \Delta t^3 \\ \alpha \cdot (a_{(t+\Delta t)} - a_{(t)}) &= \frac{1}{6} \cdot (a_{(t+\Delta t)} - a_{(t)}) \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\alpha = \frac{1}{6}$$

3.2 Jedna vyvažovací kulička

3.2.1 Odvození pohybových rovnic

Pohybová rovnice kuličky je odvozena metodou uvolňování. Síly působící na kuličku jsou znázorněny na Obr. 7. Nejdříve jsem určil normálové a tečné zrychlení kuličky a následně napsal pohybovou rovnici v tečném směru (pohybová rovnice kuličky) a v normálovém směru (získání reakce N). Jak již bylo uvedeno, v této práci je uvažováno tlumení viskózní kapalinou. Pro výpočet jsem zvolil konstantu doznívání $\delta_T = 1 \text{ s}^{-1}$.



Obr. 7 Síly působící na kuličku

Zrychlení kuličky ve směru souřadnicových os je

$$a_{kx} = a_x - a_t \cdot \sin \vartheta - a_n \cdot \cos \vartheta$$

$$a_{ky} = a_y + a_t \cdot \cos \vartheta - a_n \cdot \sin \vartheta$$

(3.6)

$$a_n = (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot r$$

$$a_t = (\varepsilon + \varepsilon_\varphi)^2 \cdot r$$

kde

$$\vartheta = \omega \cdot t + \varphi \quad \text{je úhel mezi kuličkou a souřadnicovou osou x}$$

φ	je úhel udávající polohu kuličky vzhledem k poloze nevývažku
a_n	je normálové zrychlení
a_t	je tečné zrychlení
ε	je úhlové zrychlení bubnu pračky
ω_φ	je úhlová rychlost kuličky vzhledem k nevývažku
ε_φ	je úhlové zrychlení kuličky vzhledem k nevývažku

Protože uvažuji konstantní otáčky bubnu tak

$$\omega = konst. \rightarrow \varepsilon = 0 \quad (3.7)$$

Takže po dosazení jsou jednotlivé složky zrychlení kuličky

$$a_{kx} = a_x - 1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r \cdot \sin \vartheta - (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot r \cdot \cos \vartheta \quad (3.8)$$

$$a_{ky} = a_y + 1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r \cdot \cos \vartheta - (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot r \cdot \sin \vartheta \quad (3.9)$$

Rozložení zrychlení do normálového a tečného směru:

$$\begin{aligned} a_{kxn} &= a_{kx} \cdot \cos \vartheta \\ a_{kyn} &= a_{ky} \cdot \sin \vartheta \\ a_{kxt} &= a_{kx} \cdot \sin \vartheta \\ a_{kyt} &= a_{ky} \cdot \cos \vartheta \end{aligned} \quad (3.10)$$

Zrychlení kuličky v normálovém směru je

$$\begin{aligned} a_{kn} &= -a_{kxn} - a_{kyn} = - \left(a_x - 1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r \cdot \sin \vartheta - (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot r \cdot \cos \vartheta \right) \cdot \\ &\cos \vartheta - (a_y + 1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r \cdot \cos \vartheta - (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot r \cdot \sin \vartheta) \cdot \sin \vartheta \end{aligned} \quad (3.11)$$

a v tečném směru

$$\begin{aligned} a_{kt} &= -a_{kxt} - a_{kyt} = - \left(a_x - 1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r \cdot \sin \vartheta - (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot r \cdot \cos \vartheta \right) \cdot \\ &\sin \vartheta + (a_y + 1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r \cdot \cos \vartheta - (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot r \cdot \sin \vartheta) \cdot \cos \vartheta \end{aligned} \quad (3.12)$$

Pohybové rovnice jsou

$$m_k \cdot a_{kn} = N + G_k \cdot \sin \vartheta \quad (3.13)$$

$$m_k \cdot a_{kt} = -F_B - G_k \cdot \cos \vartheta \quad (3.14)$$

kde

N je normálová síla

F_B je tlumící síla

G_k je tíhová síla od kuličky

Po dosazení (3.11) resp. (3.12) do (3.13) resp. (3.14) a úpravě dostanu

$$\begin{aligned} m_k \cdot \left[(-\sin \vartheta) \cdot \left(a_x - 1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r \cdot \sin \vartheta - (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot r \cdot \cos \vartheta \right) + \left(a_y + 1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r \cdot \right. \right. \\ \left. \left. \cos \vartheta - (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot r \cdot \sin \vartheta \right) \cdot \cos \vartheta \right] = -F_B - G_k \cdot \cos \vartheta \\ m_k \cdot \left(-a_x \cdot \sin \vartheta + 1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r \cdot \sin^2 \vartheta + (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot r \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta + a_y \cdot \right. \\ \left. \cos \vartheta + 1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r \cdot \cos^2 \vartheta - (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot r \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \right) = -F_B - G_k \cdot \cos \vartheta \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$m_k \cdot (-a_x \cdot \sin \vartheta + a_y \cdot \cos \vartheta) + 1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r = -F_B - G_k \cdot \cos \vartheta$$

Výsledný tvar pohybové rovnice kuličky je

$$1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r + 2 \cdot \delta_T \cdot \omega_\varphi \cdot r = a_x \cdot \sin \vartheta - a_y \cdot \cos \vartheta - g \cdot \cos \vartheta \quad (3.16)$$

kde

δ_T je konstanta dozívání (tlumení viskózní kapalinou)

g je tíhové zrychlení

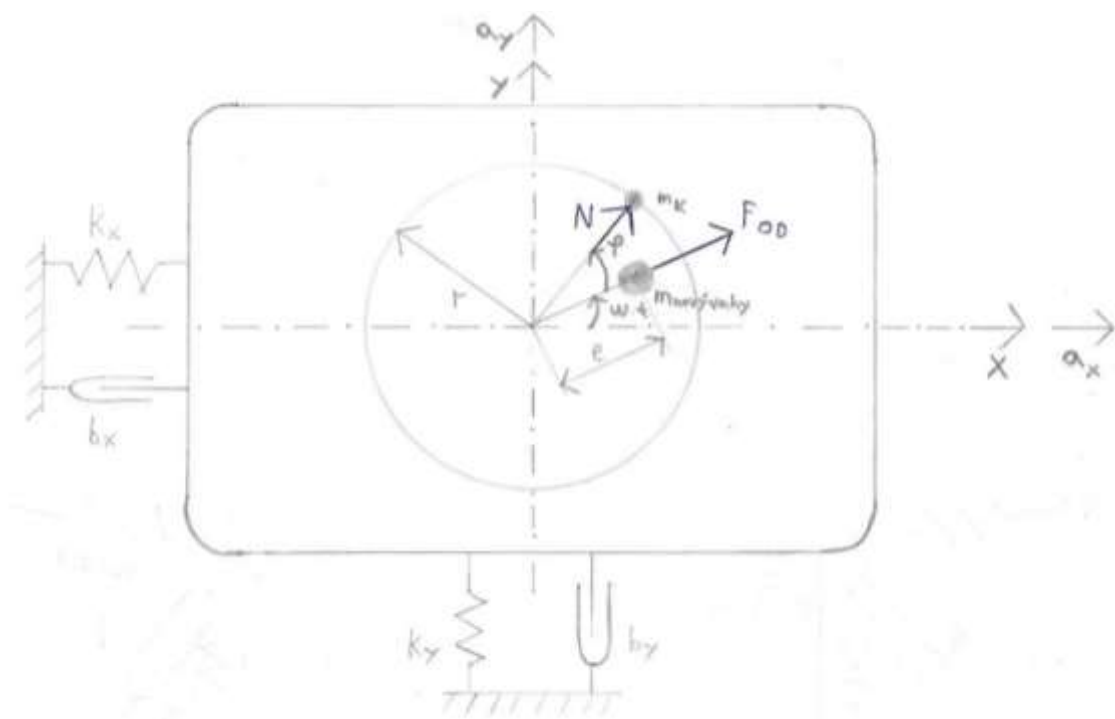
Výpočet reakce N

$$\begin{aligned} N = m_k \cdot a_{kn} - G_k \cdot \sin \vartheta = m_k \cdot \left[-\cos \vartheta \cdot \left(a_x - 1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r \cdot \sin \vartheta - (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot r \cdot \right. \right. \\ \left. \left. \cos \vartheta \right) - \left(a_y + 1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r \cdot \cos \vartheta - (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot r \cdot \sin \vartheta \right) \cdot \sin \vartheta \right] = m_k \cdot \left[-a_x \cdot \right. \\ \left. \cos \vartheta + 1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta + (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot r \cdot \cos^2 \vartheta - a_y \cdot \cos \vartheta - 1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot \right. \\ \left. r \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta + (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot r \cdot \sin^2 \vartheta \right] \end{aligned} \quad (3.17)$$

Po úpravě dostanu

$$N = -m_k \cdot a_x \cdot \cos \vartheta - m_k \cdot a_y \cdot \sin \vartheta + m_k \cdot r \cdot (\omega + \omega_\varphi)^2 - m_k \cdot g \cdot \sin \vartheta \quad (3.18)$$

Pohybové rovnice pračky



Obr. 8 Síly působící na pračku

Pohybové rovnice pračky v jednotlivých směrech souřadnicových os jsou

$$m_{\text{celk}} \cdot a_x + b_x \cdot v_x + k_x \cdot x = F_{\text{OD}} \cdot \cos(\omega \cdot t) + N \cdot \cos \vartheta \quad (3.19)$$

$$m_{\text{celk}} \cdot a_y + b_y \cdot v_y + k_y \cdot y = F_{\text{OD}} \cdot \sin(\omega \cdot t) + N \cdot \sin \vartheta \quad (3.20)$$

Po dosazení a úpravě

$$m_{\text{celk}} \cdot a_x + b_x \cdot v_x + k_x \cdot x = F_{\text{OD}} \cdot \cos(\omega \cdot t) - m_k \cdot a_x \cdot \cos^2 \vartheta - m_k \cdot a_y \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta + m_k \cdot r \cdot (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot \cos \vartheta - m_k \cdot g \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \quad (3.21)$$

$$m_{\text{celk}} \cdot a_y + b_y \cdot v_y + k_y \cdot y = F_{\text{OD}} \cdot \sin(\omega \cdot t) - m_k \cdot a_x \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta - m_k \cdot a_y \cdot \sin^2 \vartheta + m_k \cdot r \cdot (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot \sin \vartheta - m_k \cdot g \cdot \sin^2 \vartheta$$

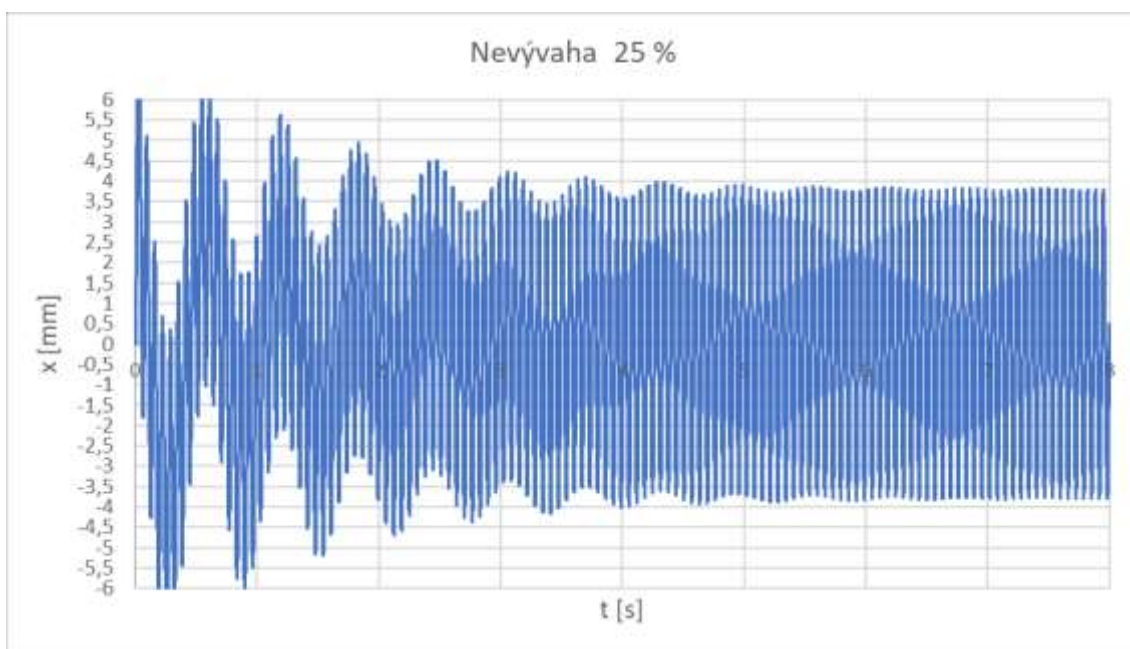
získám výsledný tvar ve směru osy x a y

$$(m_{\text{celk}} + m_k \cdot \cos^2 \vartheta) \cdot a_x + m_k \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot a_y + b_x \cdot v_x + k_x \cdot x = F_{\text{OD}} \cdot \cos(\omega \cdot t) + m_k \cdot r \cdot (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot \cos \vartheta - m_k \cdot g \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \quad (3.22)$$

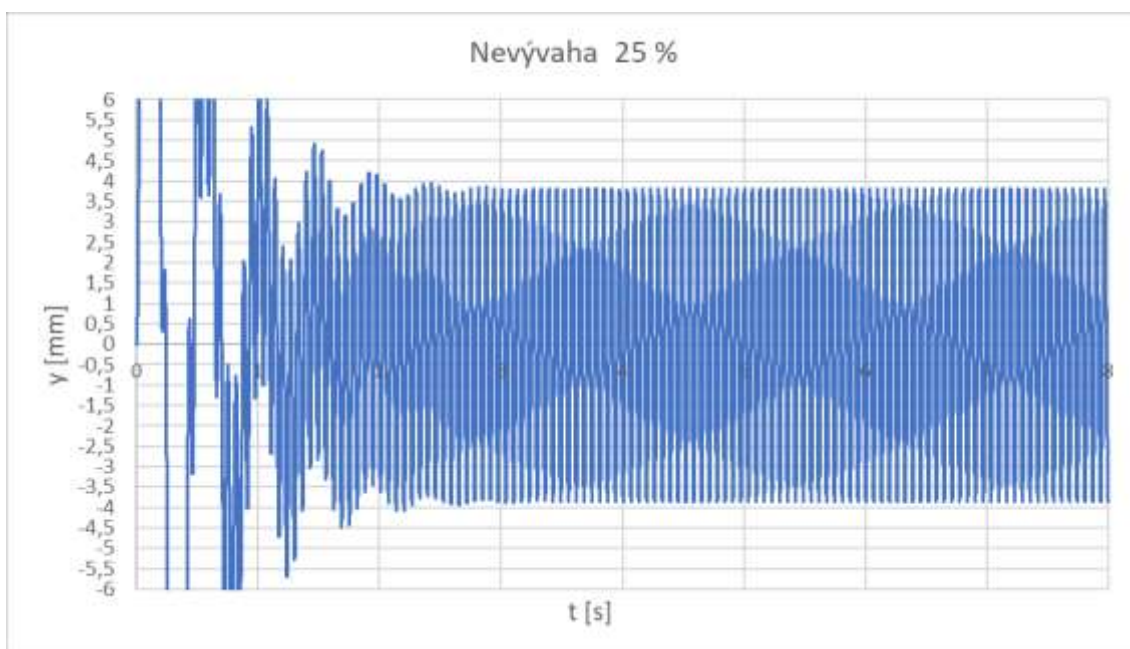
$$m_k \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot a_x + (m_{\text{celk}} + m_k \cdot \sin^2 \vartheta) \cdot a_y + b_y \cdot v_y + k_y \cdot y = F_{\text{OD}} \cdot \sin(\omega \cdot t) + m_k \cdot r \cdot (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot \sin \vartheta - m_k \cdot g \cdot \sin^2 \vartheta \quad (3.23)$$

3.2.2 Řešení pro případ jedné kuličky

Z výsledků na Obr. 9 a Obr. 10 je patrné, že po přechodovém ději obě amplitudy konvergují k hodnotě $x_a = y_a = 3,8$ mm. V analytickém řešení jsem pro $\mu_{\text{nevývaha}} = 25\ \% \rightarrow m_{\text{nevývaha}} = 2$ kg vypočetl hodnotu $x_a = y_a = 3,922$ mm. Je tedy zřejmé, že dvě kuličky (jedna v každé rovině) téměř vůbec nezmírní kmitání soustavy.

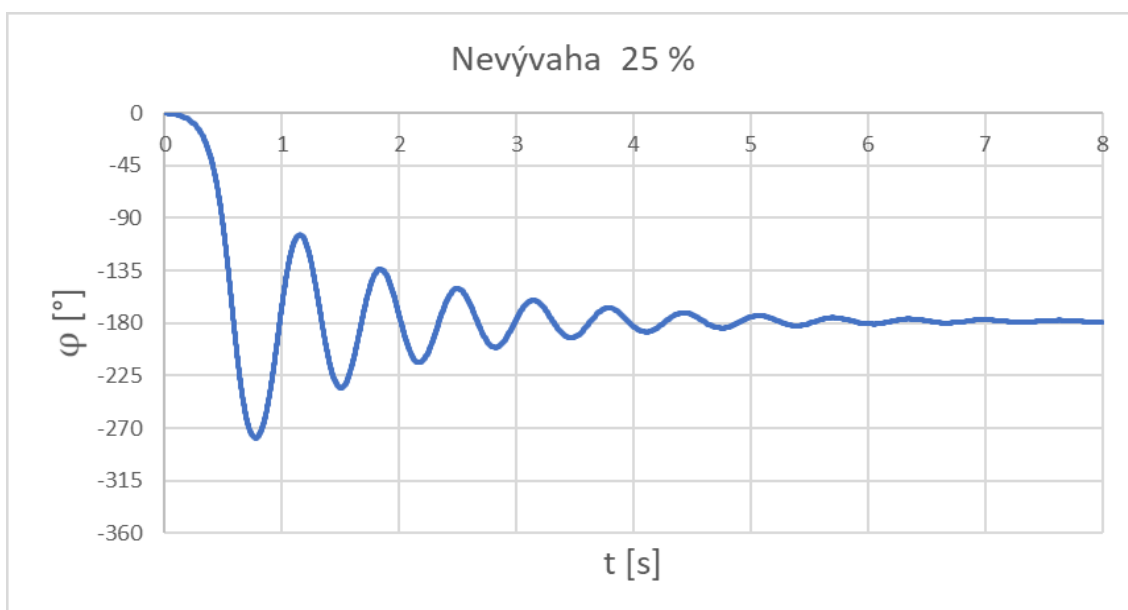


Obr. 9 Výchylka v ose x

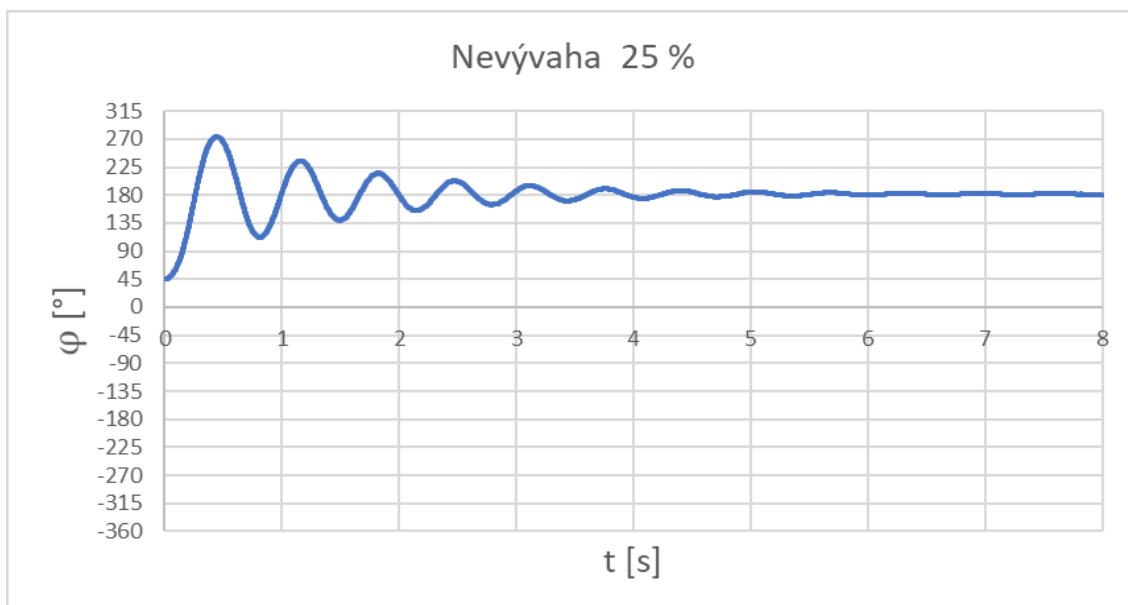


Obr. 10 Výchylka v ose y

Poloha kuličky vzhledem k nevyvážené hmotě je znázorněna na Obr. 11 a Obr. 12. Opět po přechodovém ději se kulička ustálí okolo hodnoty $\pm 180^\circ$, tedy na opačné straně, než je nevyváha. To znamená, že odstředivá síla od kuličky směřuje proti síle od nevyváhy a snižuje tím výslednou odstředivou sílu. Pro názornost jsem zvolil i různé počáteční úhly φ_0 , které nemají vliv na výsledné ustálení naproti nevyváze.



Obr. 11 Poloha kuličky vzhledem k nevyváze, $\varphi_0 = 0^\circ$



Obr. 12 Poloha kuličky vzhledem k nevyváze, $\varphi_0 = 45^\circ$

Pokud uvažuji 2 roviny ve které se kuličky pohybují, jak je uvedeno výše, pak odstředivá síla od obou kuliček je

$$F_{OD1k} = 2 \cdot m_k \cdot r \cdot \omega^2 = 2 \cdot 0,03 \cdot 0,28 \cdot 97,6^2 = 160,03 \text{ N} \quad (3.24)$$

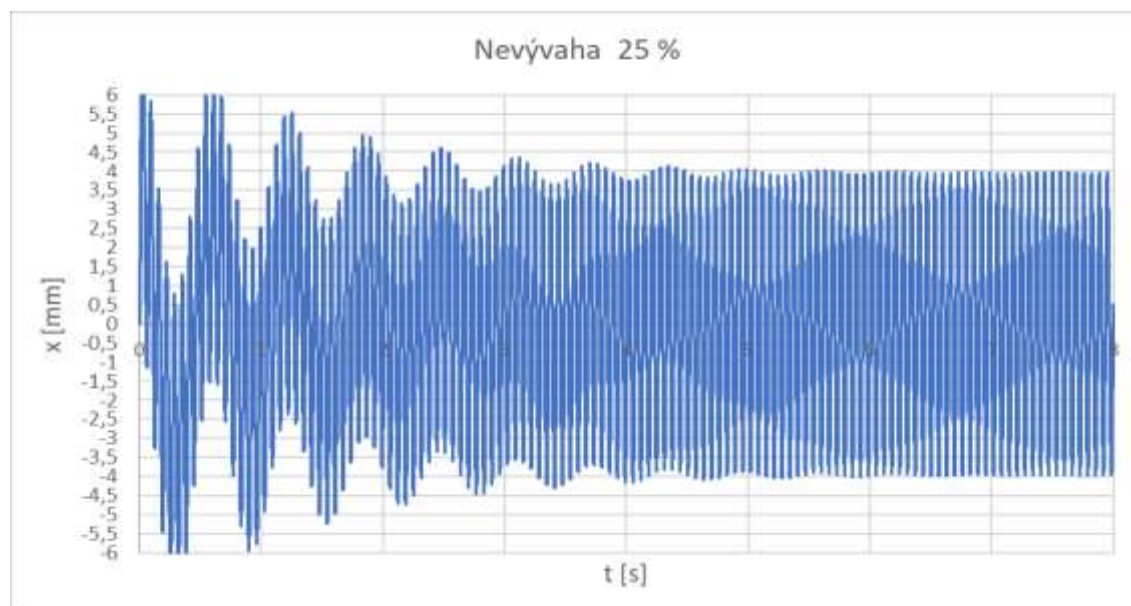
Odstředivá síla od nevyvážené hmoty je pro $m_{\text{nevyváhy}} = 2 \text{ kg}$ (viz Tabulka 1)

$$F_{OD} = 3810,30 \text{ N}$$

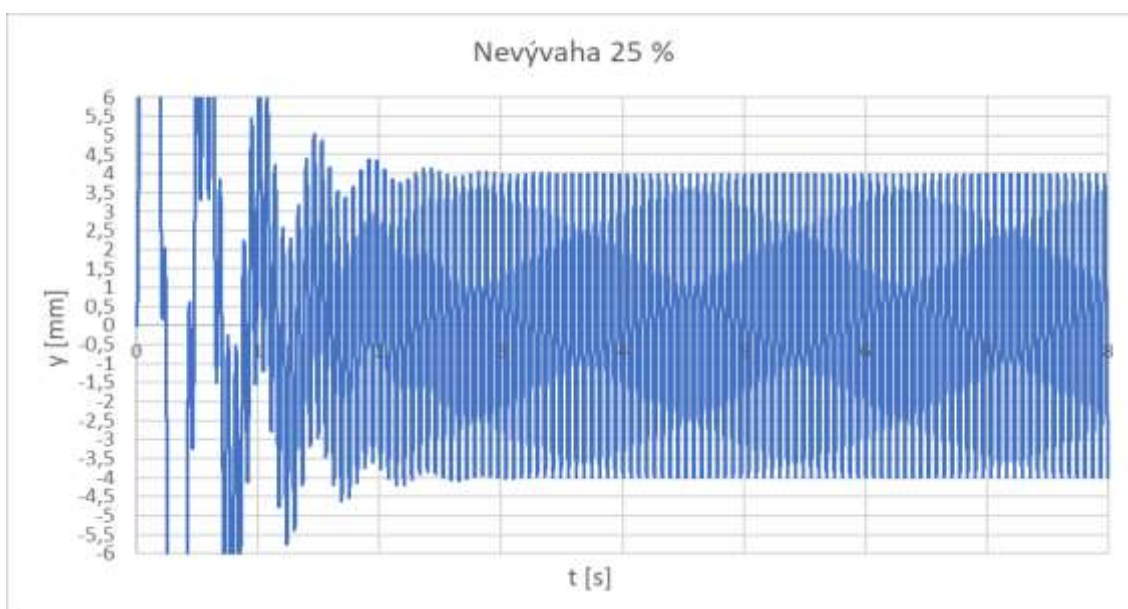
Odstředivá síla od jedné kuličky je mnohem menší než od nevyvážky, a proto jedna kulička má jen velmi malý vliv na vyvážení.

3.2.3 Bez uvažování vyvažovacích kuliček

Pokud použiji numerickou integraci bez uvažování kuliček, je možné ověřit správnost výsledků získaných v předchozí kapitole analytickým výpočtem. Například pro $\mu_{\text{nevyváhy}} = 25 \% \rightarrow m_{\text{nevyváhy}} = 2 \text{ kg}$ je patrné z Obr. 13 a Obr. 14, že amplitudy konvergují k hodnotě $x_a = y_a = 4 \text{ mm}$. Potvrzují tedy dříve vypočtený výsledek, neboť při použití rovnice (2.21) resp. (2.22) v analytickém výpočtu, vycházejí hodnoty téměř shodné jako při numerické integraci.



Obr. 13 Výchylka ve směru osy x



Obr. 14 Výchylka ve směru osy y

3.3 Více kuliček

V této části jsem se zabýval řešením pro různý počet kuliček. Pohybové rovnice mají velice podobný tvar jako rovnice pro jednu kuličku, avšak je nutné v jednotlivých výrazech sčítat veličiny všech kuliček.

$$1,4 \cdot \varepsilon_{\varphi i} \cdot r + 2 \cdot \delta_T \cdot \omega_{\varphi i} \cdot r = a_x \cdot \sin \vartheta_i - a_y \cdot \cos \vartheta_i - g \cdot \cos \vartheta_i \quad (3.25)$$

$$(m_{\text{celk}} + m_k \cdot \sum_{i=1}^n \cos^2 \vartheta_i) \cdot a_x + m_k \cdot \sum_{i=1}^n \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i \cdot a_y + b_x \cdot v_x + k_x \cdot x = F_{OD} \cdot \cos(\omega \cdot t) + m_k \cdot r \cdot \sum_{i=1}^n (\omega + \omega_{\varphi i})^2 \cdot \cos \vartheta_i - m_k \cdot g \cdot \sum_{i=1}^n \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i \quad (3.26)$$

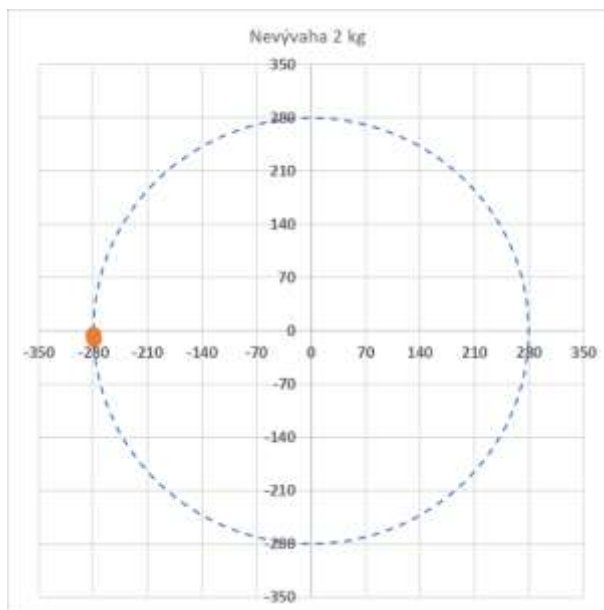
$$m_k \cdot \sum_{i=1}^n \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i \cdot a_x + (m_{\text{celk}} + m_k \cdot \sum_{i=1}^n \sin^2 \vartheta_i) \cdot a_y + b_y \cdot v_y + k_y \cdot y = F_{OD} \cdot \sin(\omega \cdot t) + m_k \cdot r \cdot \sum_{i=1}^n (\omega + \omega_{\varphi i})^2 \cdot \sin \vartheta_i - m_k \cdot g \cdot \sum_{i=1}^n \sin^2 \vartheta_i \quad (3.27)$$

kde n je počet vyvažovacích kuliček v jedné rovině

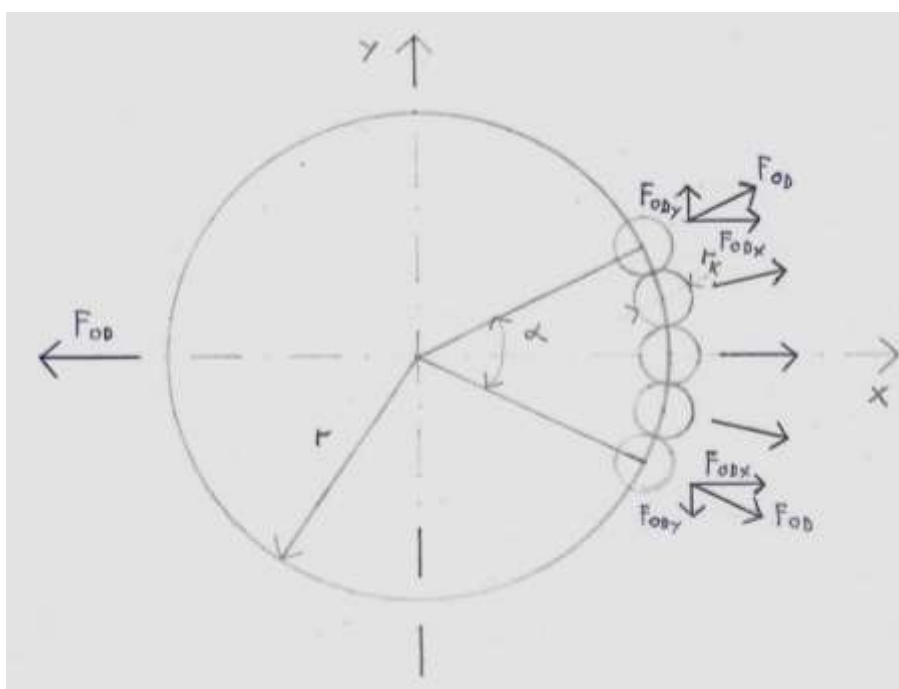
Pohybová rovnice kuličky je pro každou kuličku jiná pro $i = 1, 2 \dots n$. Celkový počet pohybových rovnic kuliček je tedy roven n .

Nepřesností ve výpočtu numerickou integrací bez uvažování kontaktu mezi kuličkami je poloha kuliček v ustáleném stavu. Na Obr. 15 je znázorněno rozmístění 5 kuliček pro $m_{\text{nevývahy}} = 2 \text{ kg}$. Kuličky se shromáždí na velmi malém okolí bez ohledu na jejich vlastní rozměry. Ve skutečnosti ovšem toto uspořádání „skrz sebe“ samozřejmě není možné.

V praktickém případě se kuličky shromáždí těsně vedle sebe a svírají mezi sebou určitý úhel. Takové rozmístění je zobrazeno na Obr. 16.



Obr. 15 Rozložení kuliček v bubnu pračky



Obr. 16 Skutečné rozložení kuliček

Úhel α , který mezi sebou kuličky svírají, se pak vypočte z délky oblouku a poloměru kruhové dráčky. Kde délka oblouku je

$$s = r \cdot \hat{\alpha} = 2 \cdot r_{k1} + 2 \cdot r_{k2} + \dots + 2 \cdot r_{kn-1} = 2 \cdot (n - 1) \cdot r_k \quad (3.28)$$

A poté úhel α

$$\hat{\alpha} = \frac{2 \cdot (n - 1) \cdot r_k}{r} \quad (3.29)$$

Celková odstředivá síla od kuliček se vypočte součtem dílčích sil. Pokud budu uvažovat dvojice kuliček, tak jednotlivé složky ve směru souřadnicové osy y se navzájem odečtou a ve směru osy x se tyto složky sčítají a tato výsledná síla pak působí proti odstředivé síle od nevyvahy, která dle nákresu působí ve směru souřadnicové osy x .

Pro výpočet odstředivé síly od kuliček platí

$$Q = n \cdot F_{OD1k} = q \cdot r \cdot \hat{\alpha}$$

$$dF_{ODk} = q \cdot \cos \varphi \cdot r \cdot d\varphi = \frac{Q}{r \cdot \alpha} \cdot r \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi$$

$$F_{ODk} = 2 \cdot \frac{Q}{\alpha} \cdot \int_0^{\frac{\alpha}{2}} \cos \varphi \cdot d\varphi = \frac{Q}{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = n \cdot F_{OD1k} \cdot \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \quad (3.30)$$

$$F_{ODk} = 2 \cdot n \cdot m_k \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}}$$

kde

Q je síla od spojitého zatížení od kuliček

q je spojité zatížení

F_{OD1k} je odstředivá síla od jedné kuličky

Pro 5 kuliček, pak dosazením do rovnice (3.29) je

$$\alpha = 0,286 \text{ rad} = 16,4^\circ$$

A odstředivá síla od kuliček je dle (3.30)

$$F_{ODk} = 2 \cdot n \cdot m_k \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} = 2 \cdot 5 \cdot 0,03 \cdot 0,28 \cdot 97,6^2 \cdot \frac{\sin \frac{0,286}{2}}{\frac{0,286}{2}} = 797,44 \text{ N}$$

Pro $m_{\text{nevyvahy}} = 2 \text{ kg}$ je odstředivá síla

$$F_{OD} = 3810,30 \text{ N}$$

Zbytková odstředivá síla je tedy

$$F_{\text{Zbytková}} = F_{OD} - F_{ODk} = 3810,30 - 797,44 = 3012,86 \text{ N} \quad (3.31)$$

A následně amplitudy

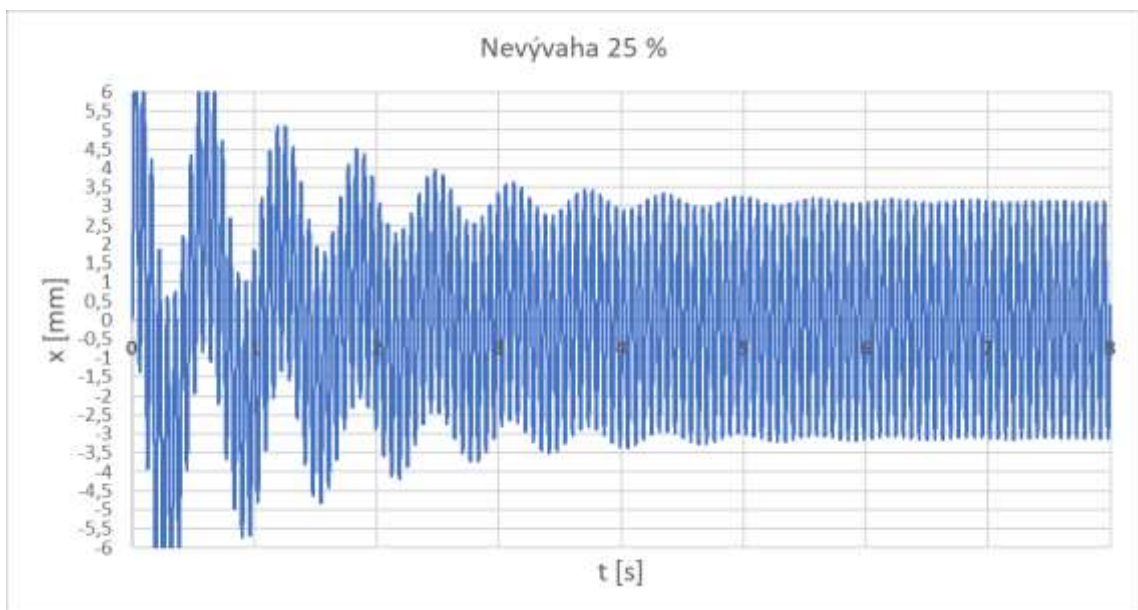
$$x_a = y_a = \frac{F_{Zbytková}}{m_{celk} \cdot \omega^2} = \frac{3012,86}{102 \cdot 97,6^2} = 3,1 \text{ mm} \quad (3.32)$$

3.4 Výsledky numerické integrace

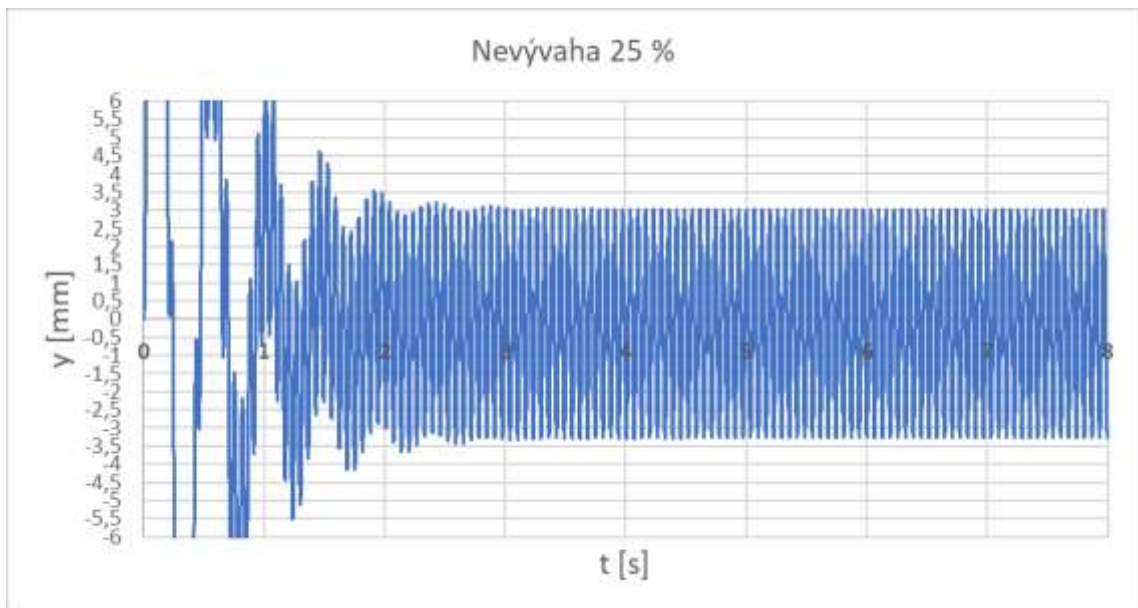
V této části jsem porovnával výsledky získané numerickou integrací a analytickým výpočtem pro různá procenta nevývahy a různý počet kuliček.

3.4.1 Výsledky pro 5 kuliček

Na Obr. 17 a Obr. 18 je vidět, že výsledky numerické integrace pro 5 kuliček a $m_{nevývahy} = 2 \text{ kg}$ jsou velmi blízké k výsledkům, které jsem získal analytickým výpočtem výše. Úhel, který kuličky svírají, při tak malém počtu kuliček nemá téměř žádný vliv. Ale lze již všimnout vlivu tíhy kuliček, což se projeví většími zápornými hodnotami výchylky ve směru osy y . Tento jev bude podrobněji popsán v následující části kapitoly.

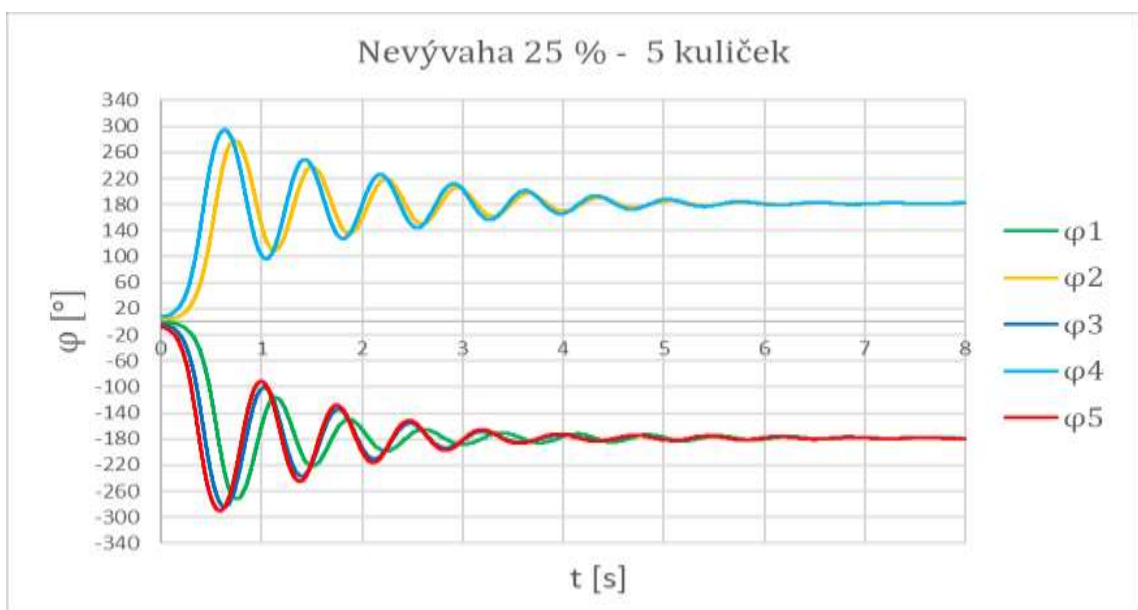


Obr. 17 Výchylka ve směru osy x , 5 kuliček



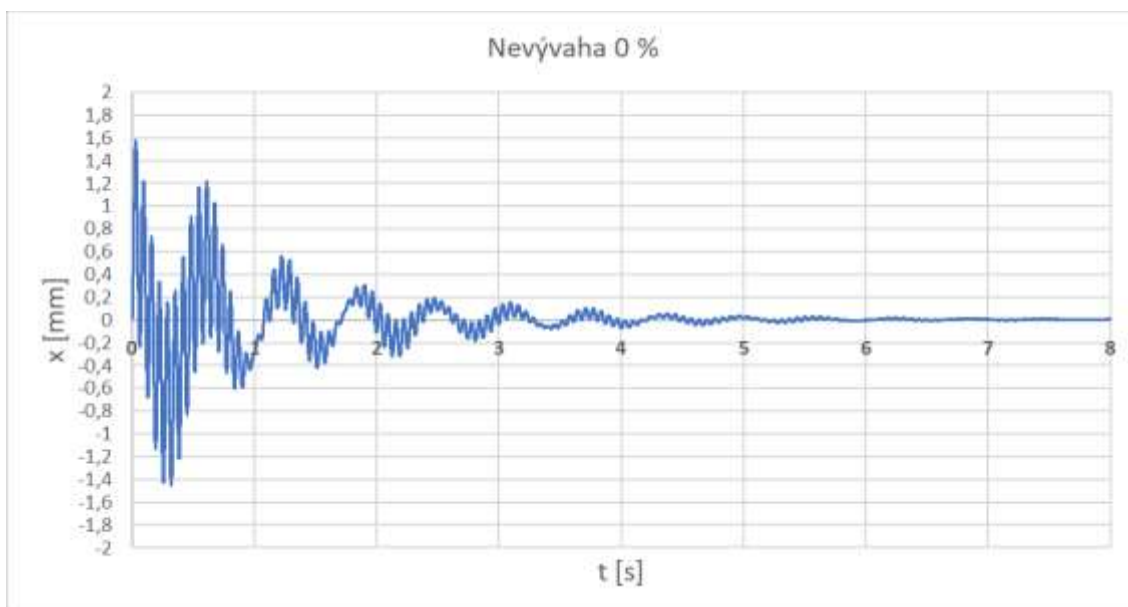
Obr. 18 Výchylka ve směru osy y, 5 kuliček

Pro úplnost je na Obr. 19 opět ukázána poloha kuliček vzhledem k nevývaze. Opět po přechodovém ději se kuličky shromáždí okolo hodnotě $\pm 180^\circ$ - tedy na opačné straně, než je nevývaha. Počáteční úhly jednotlivých kuliček jsou různé s ohledem na rozměry kuliček.

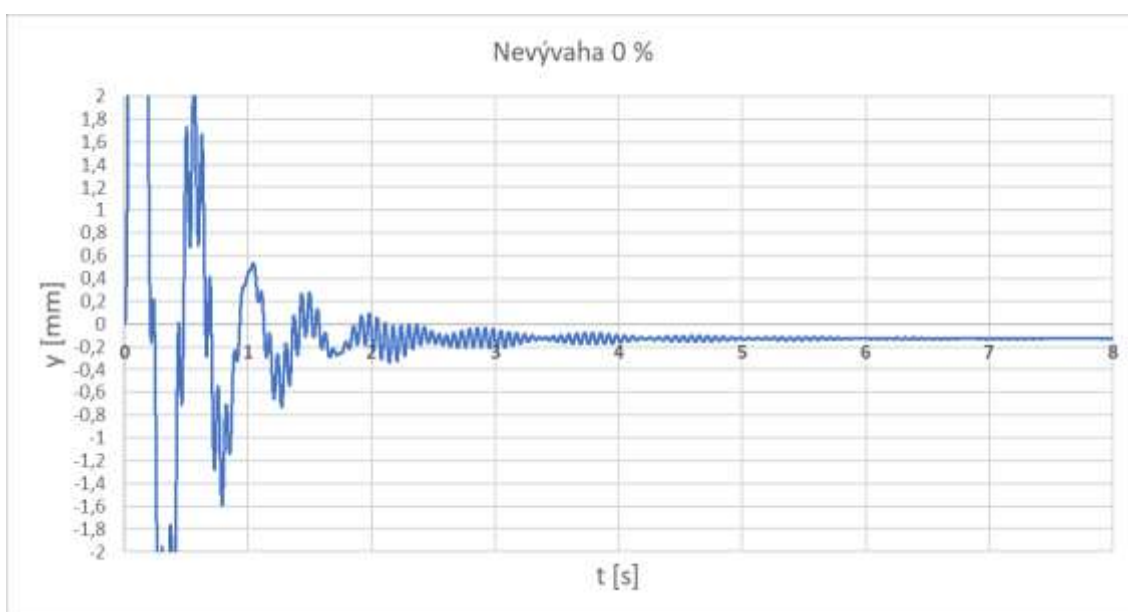


Obr. 19 Poloha kuliček vzhledem k nevývaze pro $\mu_{nevývahy} = 25 \%$

5 kuliček a $\mu_{\text{nevývahy}} = 0\%$



Obr. 20 Výchylka ve směru osy x pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 0\%$



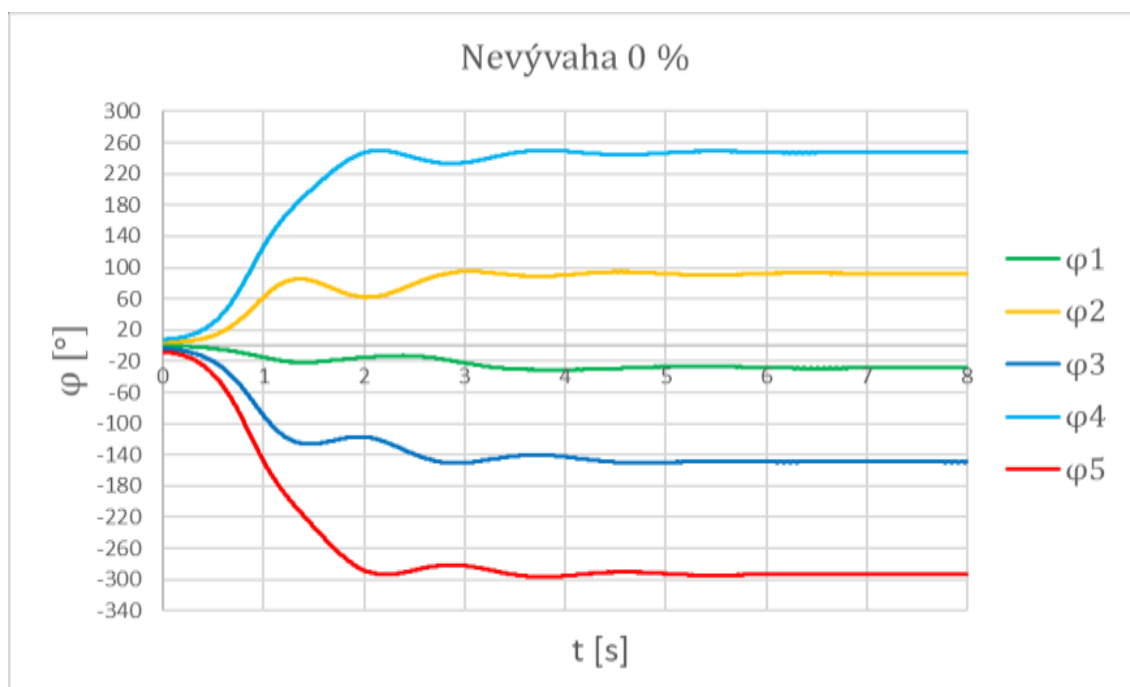
Obr. 21 Výchylka ve směru osy y pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 0\%$

Výsledné hodnoty amplitud jsou poměrně očekávané. Avšak je nutné analyzovat, zda při 0% nevývaze nejsou právě kuličky příčinou kmitání. V grafu na Obr. 21. je již poměrně dobře zobrazen vliv tíhy kuliček, která způsobuje statickou deformaci pružin. Výchylka se tak neustálí na nulové hodnotě, ale na hodnotě o něco nižší.

Analytickým výpočtem celkem snadno mohu zjistit statickou deformaci od kuliček:

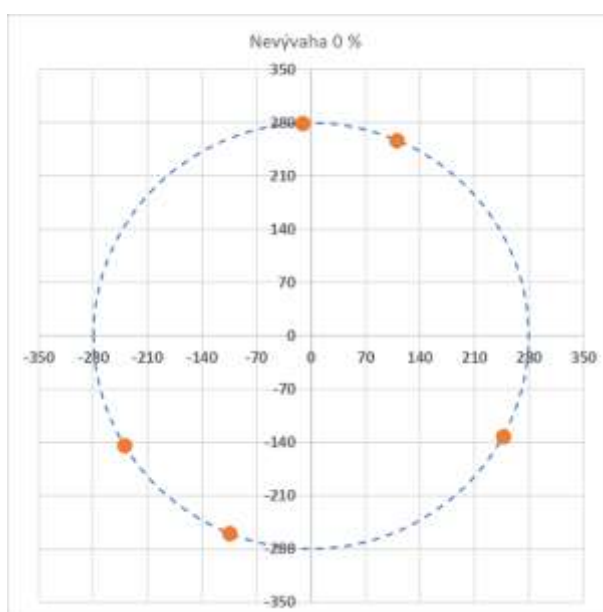
$$y_{\text{stat}} = \frac{F_{\text{stat}}}{k_y} = \frac{2 \cdot n \cdot m_k \cdot g}{k_y} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 0,03 \cdot 9,81}{19567,7} = 0,15 \text{ mm} \quad (3.33)$$

Vypočtený výsledek se shoduje s hodnotami na Obr. 21.



Obr. 22 Průběh polohy kuliček vzhledem k nevývaze pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 0 \%$

Na Obr. 22 je zobrazena poloha kuliček v čase a jejich výsledné ustálení, které je ale přehledněji zobrazeno na Obr. 23. Kuličky se neustálí blízko sebe, čímž by v tomto případě vytvářely nevývahu, ale naopak se rozmístí přibližně rovnoměrně po obvodu a jejich odstředivé síly se tak navzájem vyruší a nevzniká tak kmitání pračky.



Obr. 23 Rozložení kuliček pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 0 \%$

5 kuliček a $\mu_{\text{nevývahy}} = 5\% \rightarrow m_{\text{nevývahy}} = 0,4 \text{ kg}$

V tomto případě dojde opět k téměř dokonalému vyvážení, což lze ověřit i analytickým výpočtem.

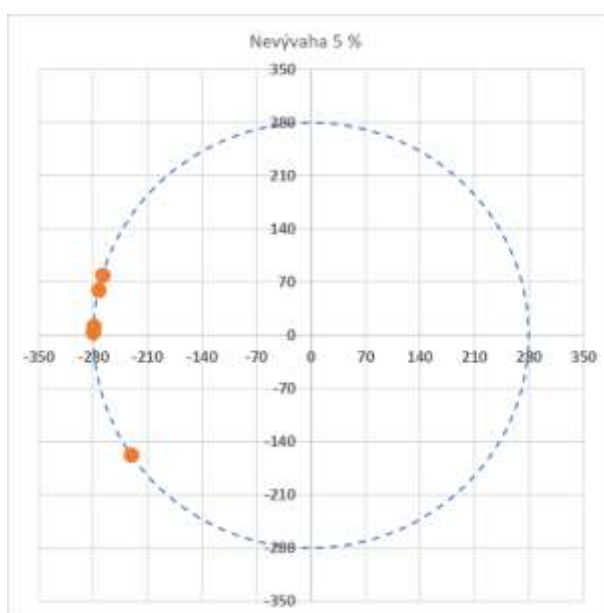
Pro $m_{\text{nevývahy}} = 0,4 \text{ kg}$, je odstředivá síla od nevyvážené hmoty dle vztahu (2.12)

$$F_{\text{OD}} = 762,06 \text{ N}$$

Odstředivá síla od kuliček je viz výše

$$F_{\text{ODk}} = 797,44 \text{ N}$$

Odstředivá síla od kuliček je větší než od nevývahy, a tudíž kuličky jsou schopny kmitání zcela vyvážit. Nutno podotknout, že zbytková síla (35,38 N) nezpůsobuje kmitání, ale pouze fakt, že ne všechny kuličky se shromáždí oproti nevývaze, ale rozmístí se pouze tak, aby vyvážily danou sílu a nepůsobily jako další nevývaha. Rozložení je znázorněno na Obr. 24.



Obr. 24 Rozložení kuliček pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 5\%$

5 kuliček a $\mu_{\text{nevývahy}} = 10\% \rightarrow m_{\text{nevývahy}} = 0,8 \text{ kg}$

V tomto případě už odstředivá síla od kuliček není dostatečně velká, aby zcela vyvážila vibrace, takže se amplitudy pouze sníží.

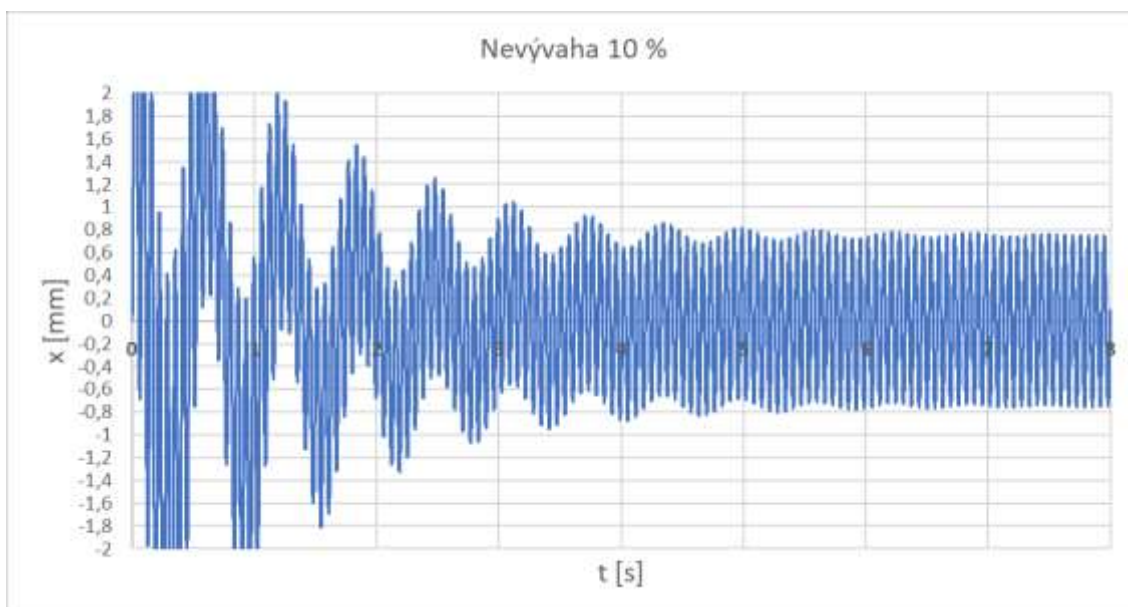
$$F_{\text{ODk}} = 797,44 \text{ N} < F_{\text{OD}} = 1524,12 \text{ N}$$

Zbytková odstředivá síla je tedy dle (3.31)

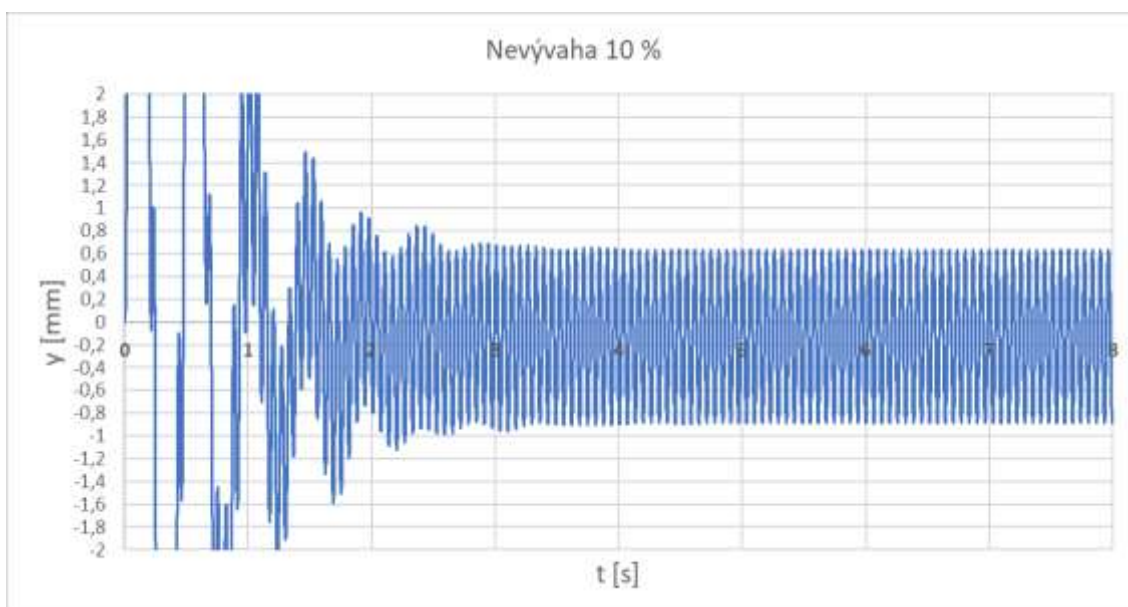
$$F_{\text{Zbytková}} = F_{\text{OD}} - F_{\text{ODk}} = 1524,12 - 797,44 = 726,68 \text{ N}$$

A následně amplitudy jsou dle (3.32)

$$x_a = y_a = \frac{F_{\text{Zbytková}}}{m_{\text{celk}} \cdot \omega^2} = \frac{726,68}{102 \cdot 97,6^2} = 0,75 \text{ mm}$$



Obr. 25 Výchylka ve směru osy x

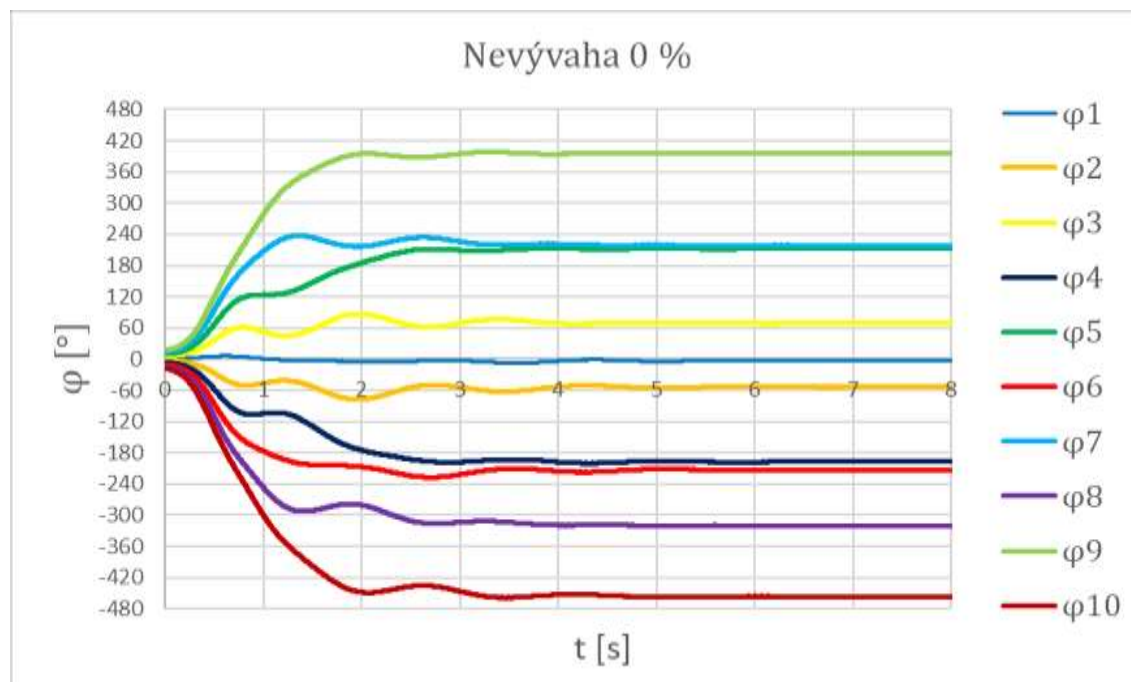


Obr. 26 Výchylka ve směru osy y

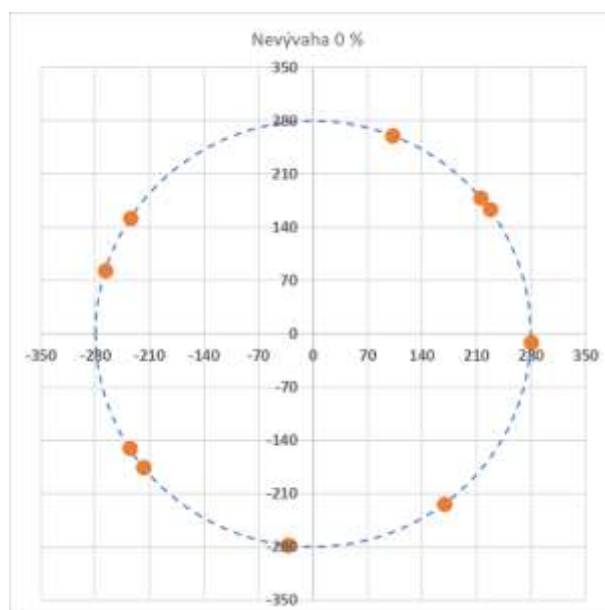
Opět grafy na Obr. 25 a Obr. 26 odpovídají hodnotám získaným analytickým výpočtem.

3.4.2 Výsledky pro 10 kuliček

10 kuliček a $\mu_{\text{nevývahy}} = 0 \%$



Obr. 27 Průběh polohy kuliček vzhledem k nevývaze pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 0\%$



Obr. 28 Rozložení kuliček pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 5 \%$

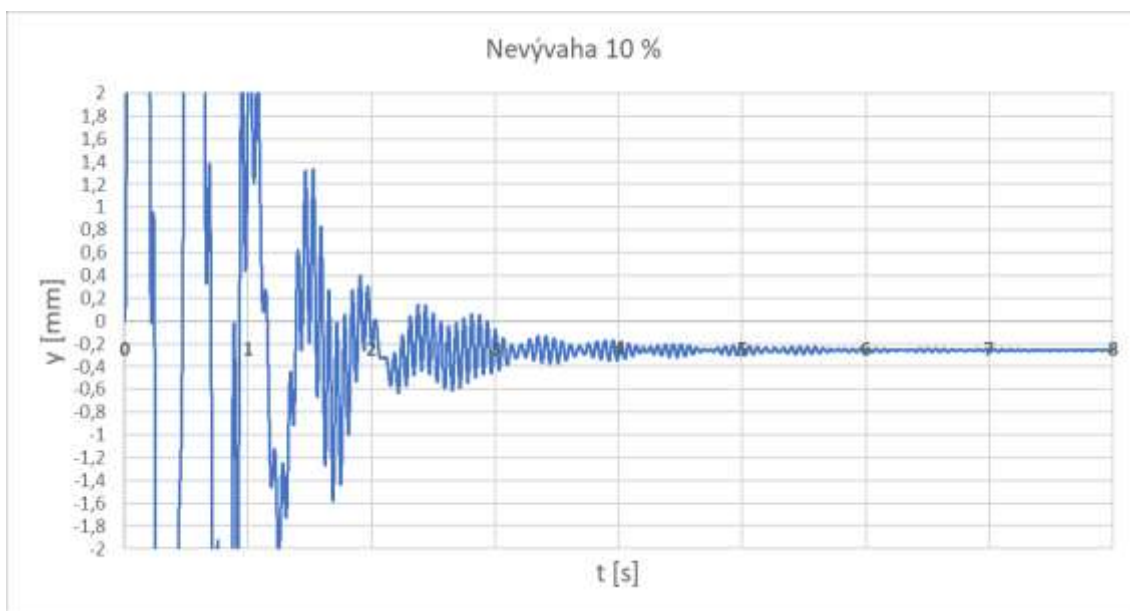
Na Obr. 27 je zobrazena poloha kuliček v čase a na Obr. 28 je vidět opět téměř rovnoměrné rozložení kuliček v kruhové drážce při 0% nevývaze. Kmitání nevzniká.
 $x_a = y_a \rightarrow 0$

10 kuliček a $\mu_{\text{nevývahy}} = 10 \% \rightarrow m_{\text{nevývahy}} = 0,8 \text{ kg}$

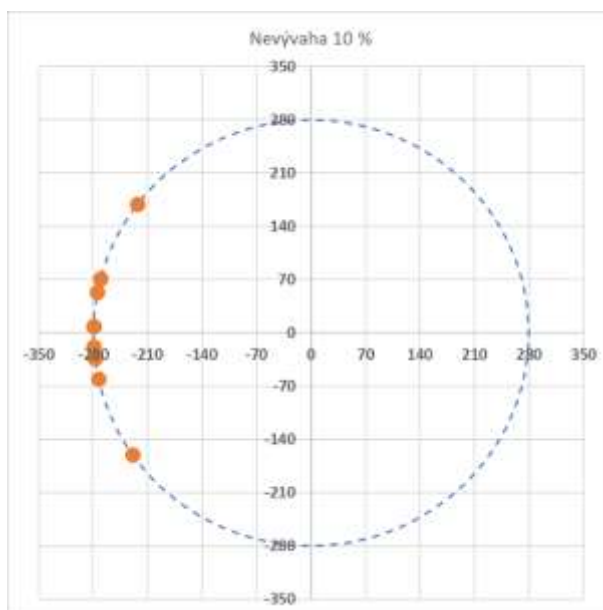
$$F_{\text{ODk}} = 1572,91 \text{ N} > F_{\text{OD}} = 1524,12 \text{ N}$$

$$x_a = y_a \rightarrow 0$$

Odstředivá síla od kuliček je větší než od nevývahy, tudíž dojde k vyvážení. Hodnoty výchylky na Obr. 29 konvergují k hodnotě 0,3 mm, která je dána opět statickou deformací pružin.



Obr. 29 Výchylka ve směru osy y



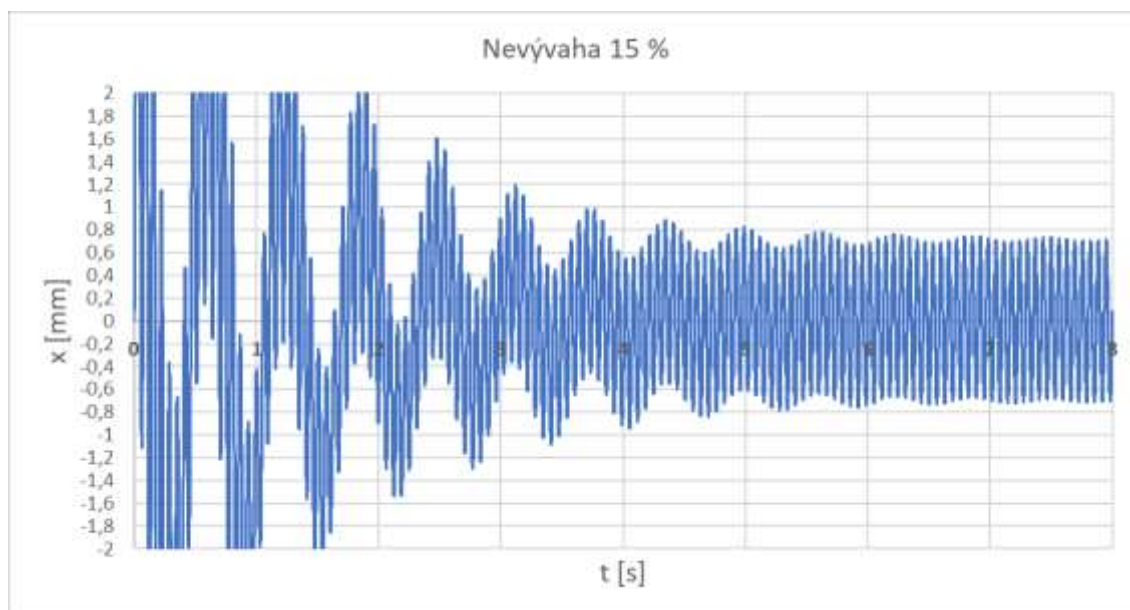
Obr. 30 Rozložení kuliček pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 10 \%$

10 kuliček a $\mu_{\text{nevývahy}} = 15 \% \rightarrow m_{\text{nevývahy}} = 1,2 \text{ kg}$

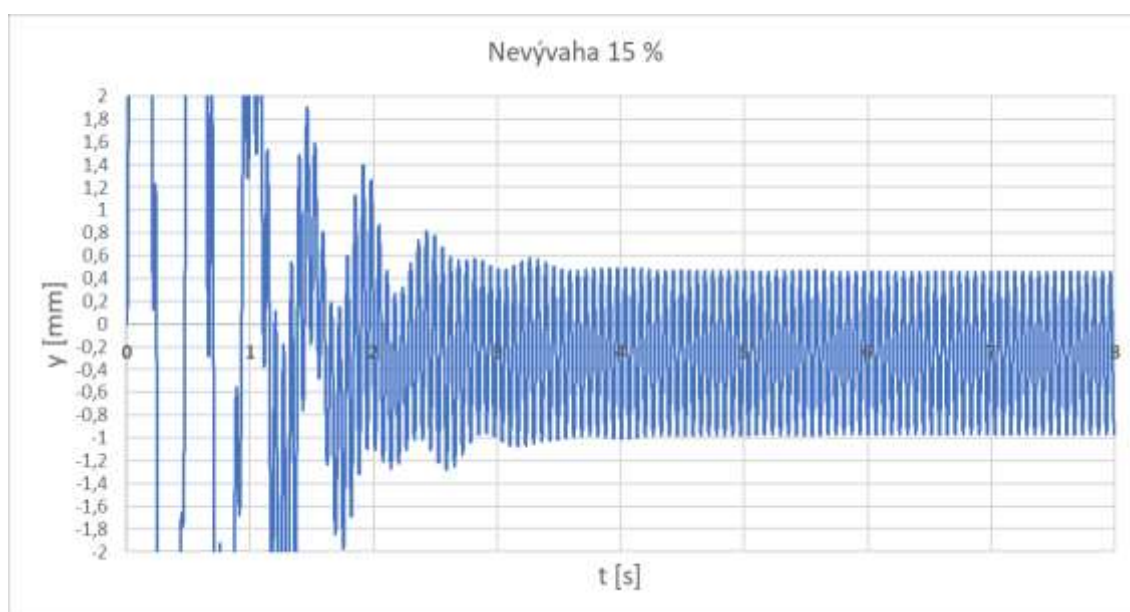
$$F_{\text{ODk}} = 1572,91 \text{ N} < F_{\text{OD}} = 2286,18 \text{ N}$$

$$F_{\text{Zbytková}} = F_{\text{OD}} - F_{\text{ODk}} = 2286,18 - 1572,91 = 713,27 \text{ N}$$

$$x_a = y_a = \frac{F_{\text{Zbytková}}}{m_{\text{celk}} \cdot \omega^2} = \frac{713,27}{102 \cdot 97,6^2} = 0,73 \text{ mm}$$

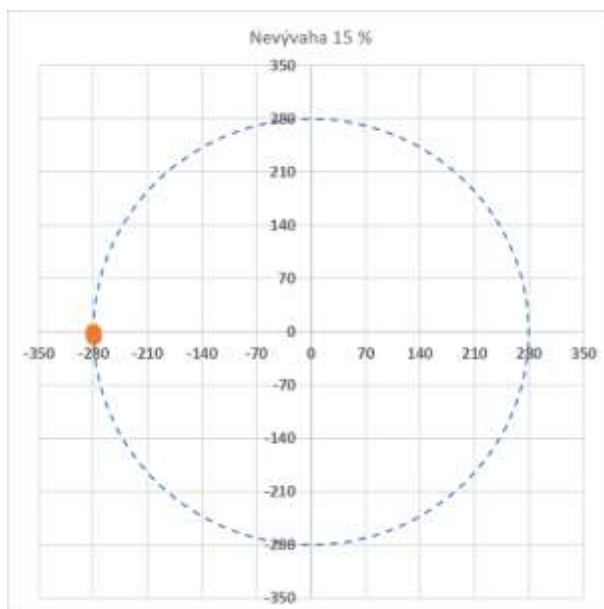


Obr. 31 Výchylka ve směru osy x



Obr. 32 Výchylka ve směru osy y

Amplitudy získané numerickou integrací $x_a = y_a \rightarrow 0,7$ mm jsou téměř shodné s výsledky získanými analytickým výpočtem, ale již se začíná projevovat vliv úhlu α , který mezi sebou kuličky svírají. Na Obr. 33 jsou kuličky shromážděny velmi blízko sebe, což ve skutečnosti nemůže nastat.



Obr. 33 Rozložení kuliček pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 15 \%$

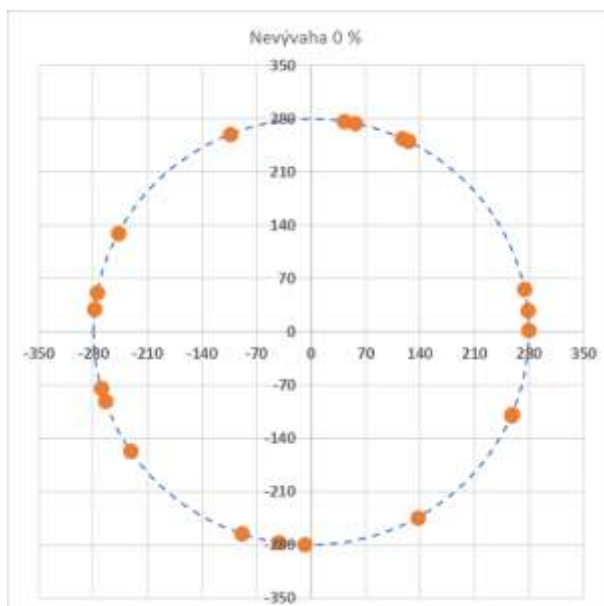
Pro stejný počet kuliček a větší procenta nevyváženého prádla, jsou výsledky v principu podobné, zvětšuje se pouze amplituda kmitání, a tudíž v další části kapitoly budou popsány výsledky pro více kuliček.

3.4.3 Výsledky pro 20 kuliček

20 kuliček a $\mu_{\text{nevývahy}} = 0 \%$

Opět pro 0% nevývahu se kuličky rozmístí přibližně rovnoměrně a nevzniká tak kmitání pračky. Rozložení kuliček je zobrazeno na Obr. 34.

$$x_a = y_a \rightarrow 0$$



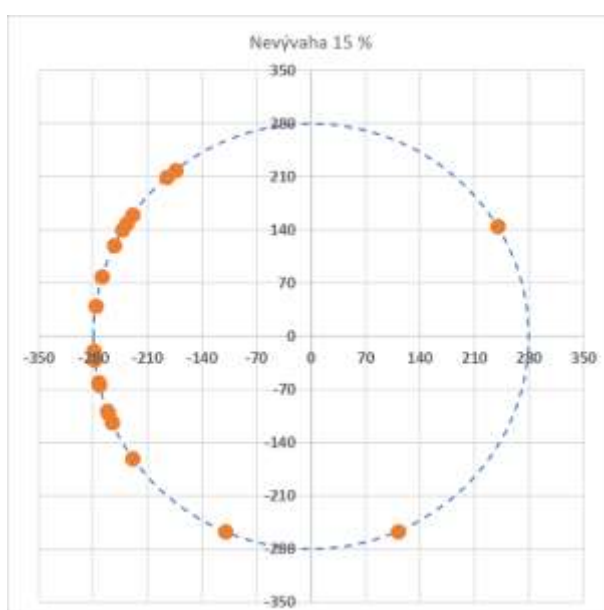
Obr. 34 Rozložení kuliček pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 0 \%$

20 kuliček a $\mu_{\text{nevývahy}} = 15 \%$ $\rightarrow m_{\text{nevývahy}} = 1,2 \text{ kg}$

$$F_{\text{ODk}} = 2960,62 \text{ N} > F_{\text{OD}} = 2286,18 \text{ N}$$

Odstředivá síla od kuliček je větší než od nevývahy, tudíž dojde k vyvážení.

Na Obr. 35 je vidět, že kuličky se již začínají shromažďovat naproti nevývaze, tak aby dostatečně snížily kmitání buzené odstředivou silou od nevyváženého prádla, ale nevytvářely naopak další nevývahu.



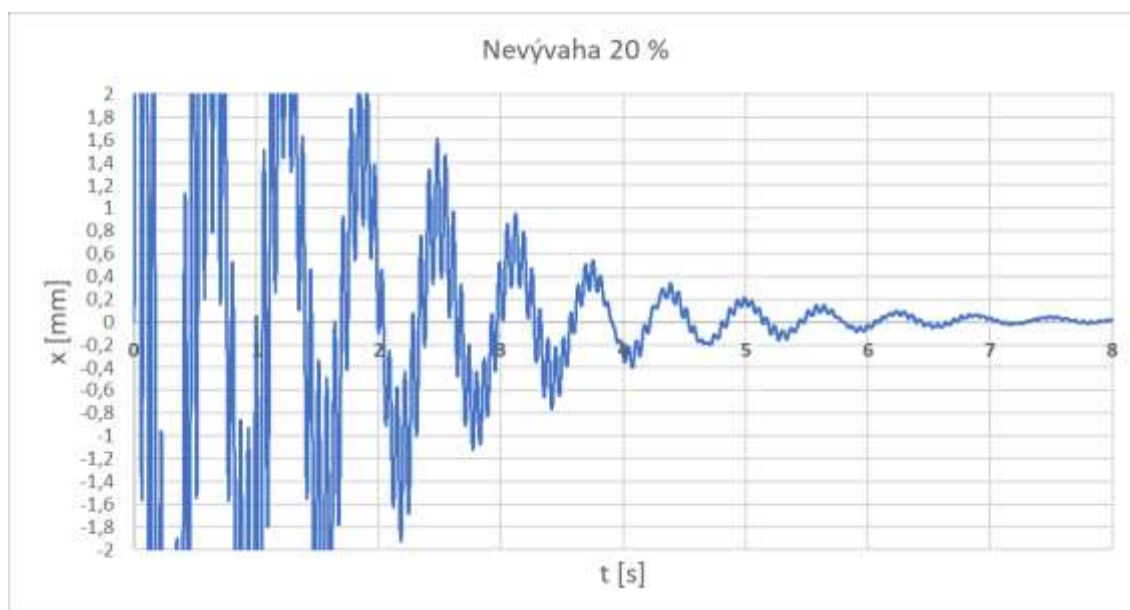
Obr. 35 Rozložení kuliček pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 15 \%$

20 kuliček a $\mu_{\text{nevývahy}} = 20 \% \rightarrow m_{\text{nevývahy}} = 1,6 \text{ kg}$

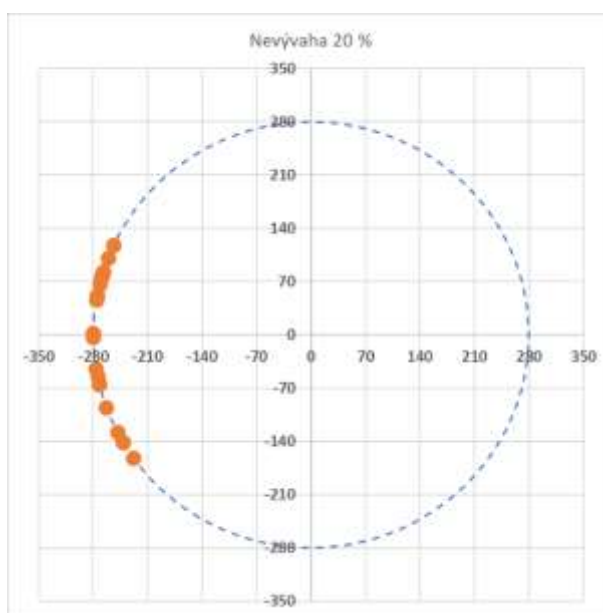
$$F_{\text{ODk}} = 2960,62 \text{ N} < F_{\text{OD}} = 3048,24 \text{ N}$$

$$F_{\text{Zbytková}} = F_{\text{OD}} - F_{\text{ODk}} = 3048,24 - 2960,62 = 87,62 \text{ N}$$

$$x_a = y_a = \frac{F_{\text{Zbytková}}}{m_{\text{celk}} \cdot \omega^2} = \frac{87,62}{102 \cdot 97,6^2} = 0,09 \text{ mm}$$



Obr. 36 Výchylka ve směru osy x



Obr. 37 Rozložení kuliček pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 20 \%$

Z Obr. 36 je zřejmé, že získané amplitudy se blíží hodnotě $x_a = y_a \rightarrow 0$, čemuž i odpovídá rozložení kuliček na Obr. 37. Kuličky se neustálily v malé blízkosti okolo úhlu $\varphi = \pm 180^\circ$ jako tomu je např. na Obr. 33.

Výsledky jsou mírně odlišné, protože při větším počtu kuliček se už více projevuje výše zmíněný fakt, že kuličky se ve skutečnosti nemohou shromáždit v „jednom bodě“ a tím se tedy jejich vyvažovací účinek snižuje. A proto se v tomto případě dá považovat analytický výpočet jako přesnější.

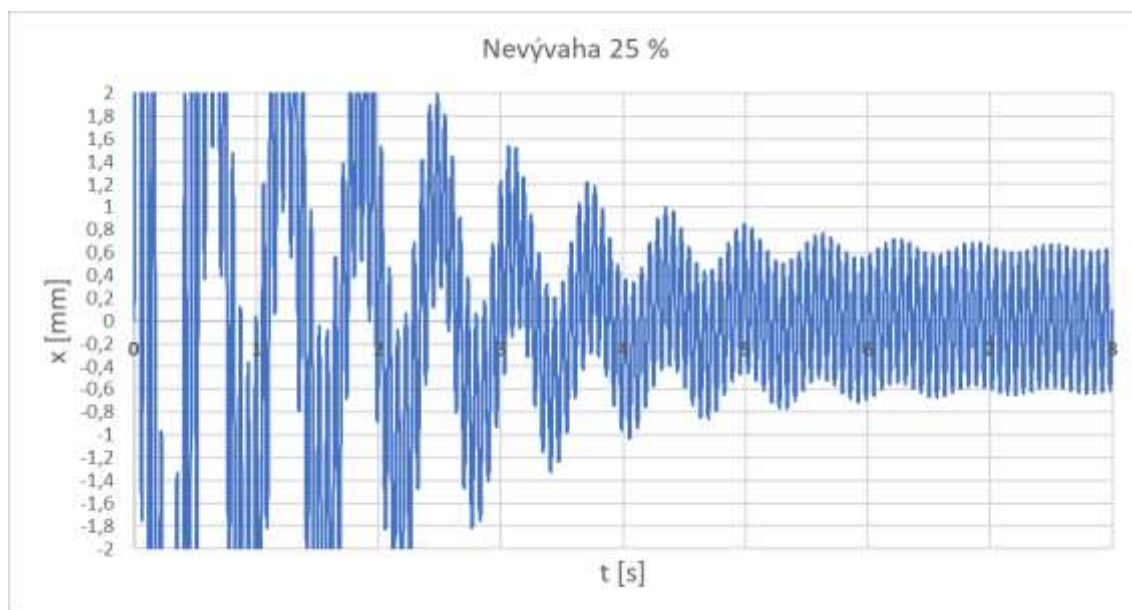
20 kuliček a $\mu_{\text{nevývahy}} = 25\% \rightarrow m_{\text{nevývahy}} = 2 \text{ kg}$

$$F_{\text{ODk}} = 2960,62 \text{ N} < F_{\text{OD}} = 3810,30 \text{ N}$$

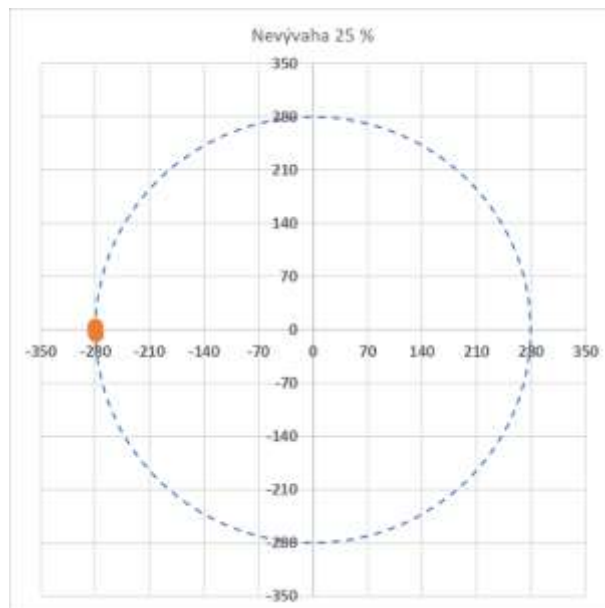
$$F_{\text{Zbytková}} = F_{\text{OD}} - F_{\text{ODk}} = 3810,30 - 2960,62 = 849,68 \text{ N}$$

$$x_a = y_a = \frac{F_{\text{Zbytková}}}{m_{\text{celk}} \cdot \omega^2} = \frac{849,68}{102 \cdot 97,6^2} = 0,87 \text{ mm}$$

Zde opět hodnoty amplitud získané analytickými výpočty jsou větší než výsledky získané numerickou integrací. Amplituda dle Obr. 38 konverguje k hodnotě $x_a = y_a = 0,65 \text{ mm}$. Na Obr. 39 je již opět vidět shromáždění kuliček ve velmi těsné blízkosti, které ve skutečnosti nemůže nastat.



Obr. 38 Výchylka ve směru osy x



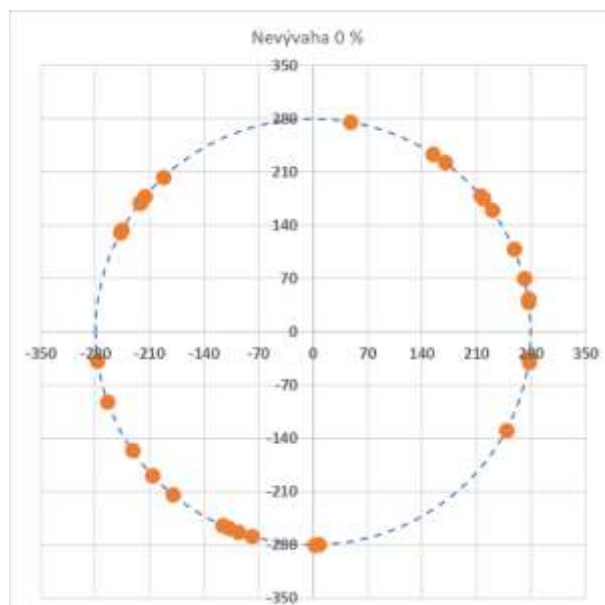
Obr. 39 Rozložení kuliček pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 25 \%$

3.4.4 Výsledky pro 30 kuliček

30 kuliček a $\mu_{\text{nevývahy}} = 0 \%$

Opět pro 0% nevývahu nevzniká kmitání a hodnota výchylky ve směru osy y odpovídá statické deformaci pružin od tíhy kuliček. Rozložení kuliček je zobrazeno na Obr. 40.

$$x_a = y_a \rightarrow 0$$



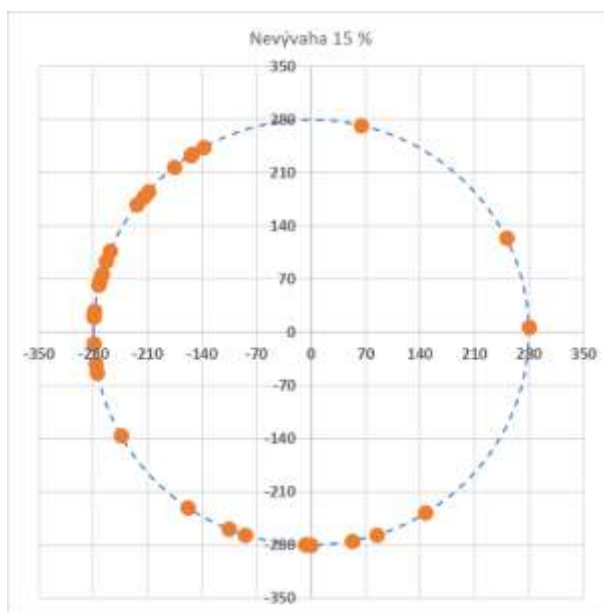
Obr. 40 Rozložení kuliček pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 0 \%$

30 kuliček a $\mu_{\text{nevývahy}} = 15 \% \rightarrow m_{\text{nevývahy}} = 1,2 \text{ kg}$

$$F_{\text{ODk}} = 3987,52 \text{ N} > F_{\text{OD}} = 2286,18 \text{ N}$$

Odstředivá síla od kuliček je větší než od nevývahy, tudíž dojde k vyvážení.

$$x_a = y_a \rightarrow 0$$



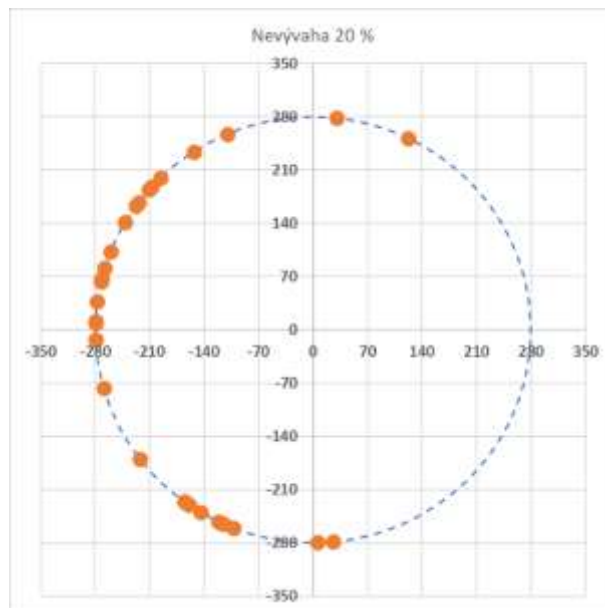
Obr. 41 Rozložení kuliček pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 15 \%$

30 kuliček a $\mu_{\text{nevývahy}} = 20 \% \rightarrow m_{\text{nevývahy}} = 1,6 \text{ kg}$

$$F_{\text{ODk}} = 3987,52 \text{ N} > F_{\text{OD}} = 3048,24 \text{ N}$$

Odstředivá síla od kuliček je větší než od nevývahy, tudíž dojde k vyvážení. Kuličky se začínají shromažďovat na opačné straně, než je nevývaha.

$$x_a = y_a \rightarrow 0$$



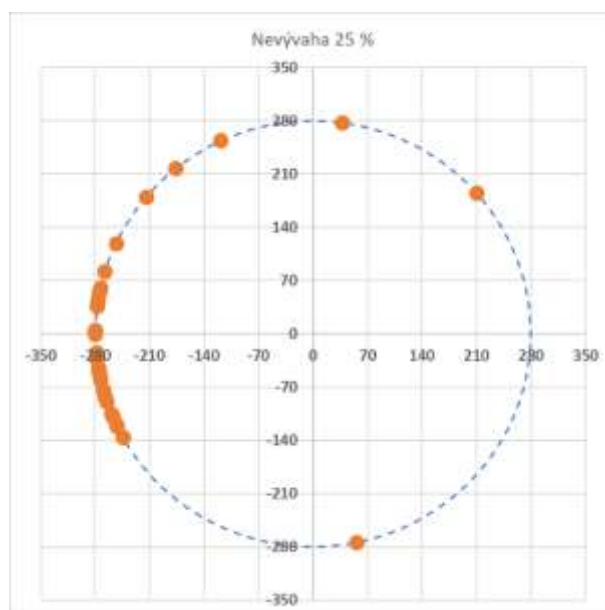
Obr. 42 Rozložení kuliček pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 20 \%$

30 kuliček a $\mu_{\text{nevývahy}} = 25 \%$ $\rightarrow m_{\text{nevývahy}} = 2 \text{ kg}$

$$F_{\text{ODk}} = 3987,52 \text{ N} > F_{\text{OD}} = 3810,30 \text{ N}$$

Odstředivá síla od kuliček je větší než od nevývahy, tudíž dojde k vyvážení.

$$x_a = y_a \rightarrow 0$$



Obr. 43 Rozložení kuliček pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 25 \%$

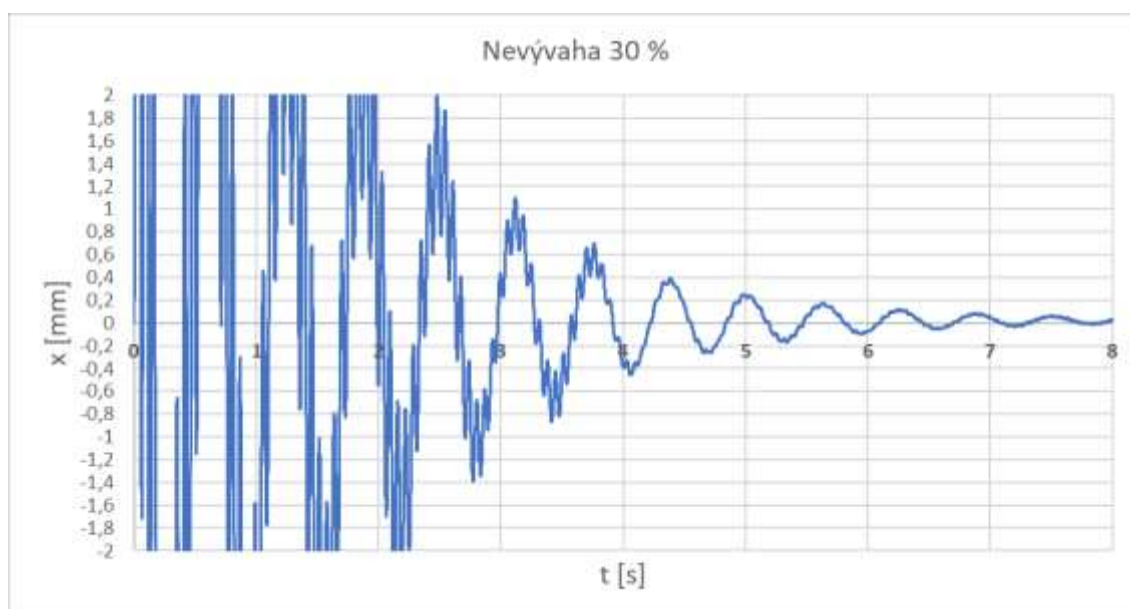
30 kuliček a $\mu_{\text{nevývahy}} = 30 \% \rightarrow m_{\text{nevývahy}} = 2,4 \text{ kg}$

$$F_{\text{ODk}} = 3987,52 \text{ N} < F_{\text{OD}} = 4572,36 \text{ N}$$

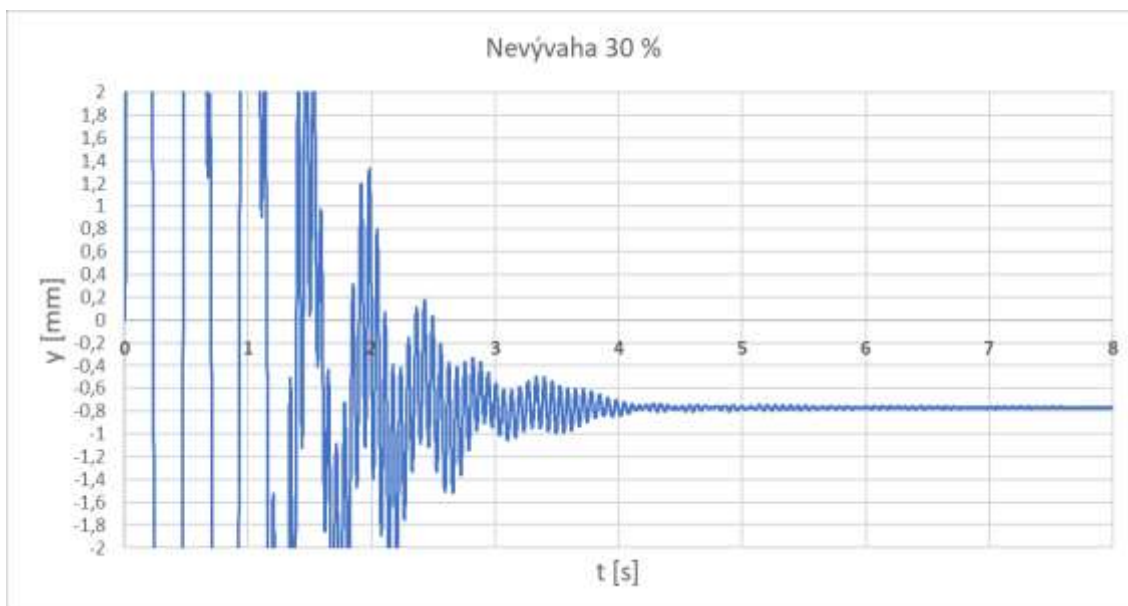
$$F_{\text{Zbytková}} = F_{\text{OD}} - F_{\text{ODk}} = 4572,36 - 3987,52 = 584,84 \text{ N}$$

$$x_a = y_a = \frac{F_{\text{Zbytková}}}{m_{\text{celk}} \cdot \omega^2} = \frac{584,84}{102 \cdot 97,6^2} = 0,6 \text{ mm}$$

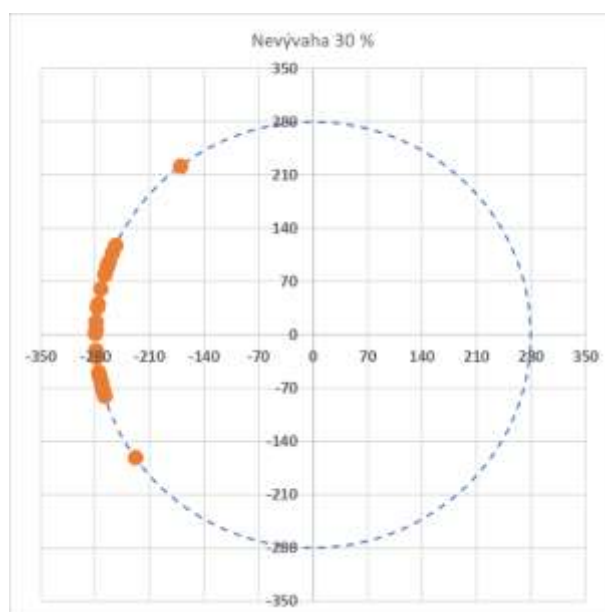
Zde (pro 30 kuliček) se projevuje ještě více vliv úhlu, který mezi sebou kuličky ve skutečnosti svírají. Zatímco z výpočtu numerické integrace (Obr. 44 a Obr. 45), kde není tento vliv zahrnut, vychází soustava jako zcela vyvážená, tak analytickým výpočtem jsem získal hodnoty amplitud $x_a = y_a = 0,6 \text{ mm}$, které se dají považovat za správnější.



Obr. 44 Výchylka ve směru osy x



Obr. 45 Výchylka ve směru osy y



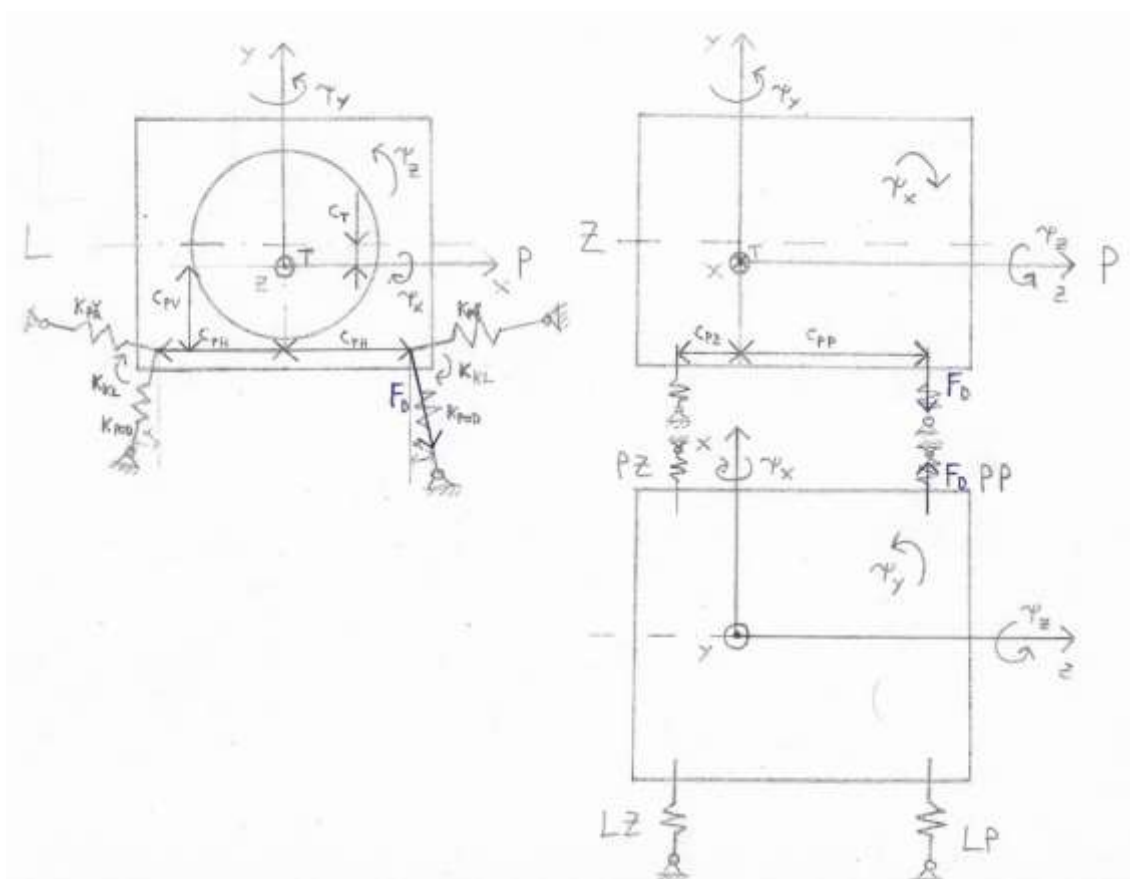
Obr. 46 Rozložení kuliček pro $\mu_{\text{nevývahy}} = 30 \%$

4 Výpočtový model 3D

Při řešení 3D modelu přibývají další potřebné rozměry a parametry. Pračka koná obecný prostorový pohyb, který se dá rozdělit na posuvný a sférický. Uvažované stupně volnosti jsou posuvy ve směru souřadnicových os x a y , a 3 rotace kolem souřadnicových os. Posuv ve směru osy z není zahrnut. Pro snadnější výpočet jsem základní souřadnicový systém umístil do těžiště pračky, nikoliv do osy rotace.

4.1 Sestavení matice tuhosti

Každá pružina má rozdílnou podélnou a příčnou tuhost (viz výše). Ve 3D modelu je nutné ještě uvažovat tzv. klopnou tuhost pružiny. Uložení pružin a potřebné parametry jsou zobrazeny na Obr. 47



Obr. 47 Uložení pružin

k_{kl}	klopná tuhost pružiny
c_{PV}	vertikální vzdálenost pružin od těžiště
c_{PH}	horizontální vzdálenost pružin od těžiště
c_T	vzdálenost těžiště od osy rotace
c_{PZ}	vzdálenost zadních pružin od těžiště
c_{PP}	vzdálenost předních pružin od těžiště
ψ_x	úhel natočení okolo souřadnicové osy x
ψ_y	úhel natočení okolo souřadnicové osy y
ψ_z	úhel natočení okolo souřadnicové osy z

Pro určení matice tuhosti je potřeba určit směrné síly všech pružin v podélném i příčném směru. Příklad odvození pro pravou přední pružinu v podélném směru pro 5 stupňů volnosti ($x, y, \psi_x, \psi_y, a \psi_z$) je popsán níže.

Výpočet prodloužení pružiny v podélném směru:

$$\Delta l_{pod} = -x \cdot \sin \alpha + y \cdot \cos \alpha - \psi_x \cdot c_{PP} \cdot \cos \alpha - \psi_y \cdot c_{PP} \cdot \sin \alpha + \psi_z \cdot (c_{PH} \cdot \cos \alpha - c_{PV} \cdot \sin \alpha) \quad (4.1)$$

Dírkční síla pak je

$$F_{Dpod} = k_{pod} \cdot \Delta l_{pod} \quad (4.2)$$

Rozložení do složek získám

$$F_{Dx} = k_{pod} \cdot \Delta l_{pod} \cdot \sin \alpha = -k_{pod} \cdot \sin^2 \alpha \cdot x + k_{pod} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot y - k_{pod} \cdot c_{PP} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \psi_x - k_{pod} \cdot c_{PP} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \psi_y + k_{pod} \cdot (c_{PH} \cdot \cos \alpha - c_{PV} \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot \psi_z \quad (4.3)$$

$$F_{Dy} = k_{pod} \cdot \Delta l_{pod} \cdot \cos \alpha = -k_{pod} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot x + k_{pod} \cdot \cos^2 \alpha \cdot y - k_{pod} \cdot c_{PP} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \psi_x - k_{pod} \cdot c_{PP} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \psi_y + k_{pod} \cdot (c_{PH} \cdot \cos \alpha - c_{PV} \cdot \sin \alpha) \cdot \cos \alpha \cdot \psi_z \quad (4.4)$$

Momenty k souřadnicovým osám jsou

$$M_x = F_{Dy} \cdot c_{PP} - k_{kl} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \psi_x - k_{kl} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \psi_y \quad (4.5)$$

$$M_y = F_{Dx} \cdot c_{PP} - k_{kl} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \psi_x - k_{kl} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \psi_y \quad (4.6)$$

$$M_z = -F_{Dy} \cdot c_{PH} + F_{Dx} \cdot c_{PV} - k_{kl} \cdot \psi_z = k_{pod} \cdot \Delta l_{pod} \cdot (c_{PV} \cdot \sin \alpha - c_{PH} \cdot \cos \alpha) - k_{kl} \cdot \psi_z \quad (4.7)$$

Po určení těchto sil a momentů pro všechny pružiny a všechny 3 tuhosti pružin je možné sestavit matici tuhosti.

$$\begin{aligned}
 \sum F_{xi} &= f(x, \psi_y, \psi_z) \\
 \sum F_{yi} &= f(y, \psi_x) \\
 \sum M_{xi} &= f(y, \psi_x) \\
 \sum M_{yi} &= f(x, \psi_y, \psi_z) \\
 \sum M_{zi} &= f(x, \psi_y, \psi_z)
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Výsledná matice tuhosti tedy je

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & 0 & 0 & k_{1,4} & k_{1,5} \\ & k_{2,2} & k_{2,3} & 0 & 0 \\ & & k_{3,3} & 0 & 0 \\ & sym & & k_{4,4} & k_{4,5} \\ & & & & k_{5,5} \end{bmatrix}$$

kde jednotlivé členy jsou

$$k_{1,1} = 4 \cdot (k_{pod} \cdot \sin^2 \alpha + k_{př} \cdot \cos^2 \alpha)$$

$$k_{1,4} = 2 \cdot (c_{PP} - c_{PZ}) \cdot (k_{pod} \cdot \sin^2 \alpha + k_{př} \cdot \cos^2 \alpha)$$

$$k_{1,5} = -4 \cdot [k_{pod} \cdot (c_{PH} \cdot \cos \alpha - c_{PV} \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \alpha - k_{př} \cdot (c_{PH} \cdot \sin \alpha - c_{PV} \cdot \cos \alpha) \cdot \cos \alpha]$$

$$k_{2,2} = 4 \cdot (k_{pod} \cdot \cos^2 \alpha + k_{př} \cdot \sin^2 \alpha)$$

$$k_{2,3} = -2 \cdot (c_{PP} - c_{PZ}) \cdot (k_{pod} \cdot \cos^2 \alpha + k_{př} \cdot \sin^2 \alpha)$$

$$k_{3,3} = 2 \cdot (c_{PP}^2 + c_{PZ}^2) \cdot (k_{pod} \cdot \cos^2 \alpha + k_{př} \cdot \sin^2 \alpha) + 4 \cdot k_{kl} \cdot \cos^2 \alpha$$

$$k_{4,4} = 2 \cdot (c_{PP}^2 + c_{PZ}^2) \cdot (k_{pod} \cdot \sin^2 \alpha + k_{př} \cdot \cos^2 \alpha) + 4 \cdot k_{kl} \cdot \sin^2 \alpha$$

$$k_{4,5} = -2 \cdot (c_{PP} - c_{PZ}) \cdot [k_{pod} \cdot (c_{PH} \cdot \cos \alpha - c_{PV} \cdot \sin \alpha) \cdot \sin \alpha - k_{př} \cdot (c_{PH} \cdot \sin \alpha + c_{PV} \cdot \cos \alpha) \cdot \cos \alpha]$$

$$k_{5,5} = 4 \cdot [k_{pod} \cdot (c_{PH} \cdot \cos \alpha - c_{PV} \cdot \sin \alpha)^2 + k_{př} \cdot (c_{PH} \cdot \sin \alpha + c_{PV} \cdot \cos \alpha)^2 + k_{kl}]$$

4.2 Matice tlumení

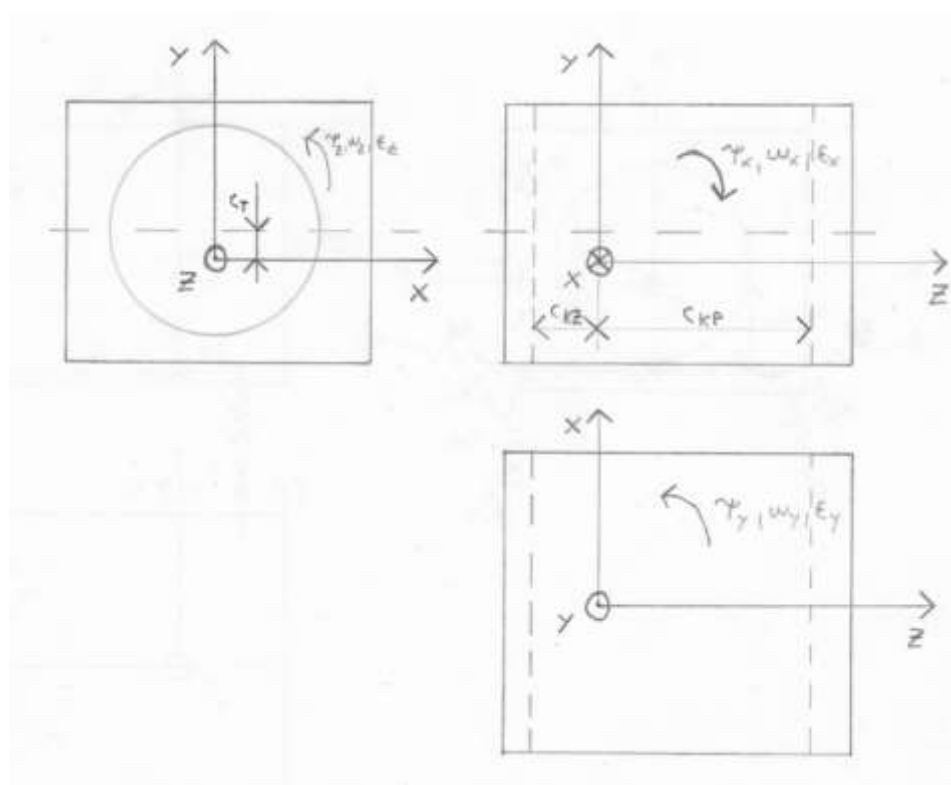
Pro určení matice tlumení platí stejné odvození jako pro matici tuhosti, jsou pouze jiné rozměry uložení a tlumiče přenášejí sílu pouze v podélném směru ($b_{př} = b_{kl} = 0$), tudíž se matice výrazně zjednoduší.

4.3 Pohybové rovnice

4.3.1 Pohybové rovnice kuliček

Jak již bylo zmíněno výše, kuličky se pohybují ve dvou rovinách, přičemž jedna je v přední a druhá v zadní části pračky, jak je znázorněno na Obr. 48.

c_{KP}	vzdálenost přední drážky od těžiště
c_{KZ}	vzdálenost zadní drážky od těžiště
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	úhlové rychlosti od naklápění
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	úhlové zrychlení od naklápění



Obr. 48 Znázornění přední a zadní drážky pro kuličky

Pohybová rovnice kuličky v přední drážce je

$$1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r + 2 \cdot \delta_T \cdot \omega_\varphi \cdot r = a_{KPX} \cdot \sin \vartheta - a_{KPY} \cdot \cos \vartheta - g \cdot \cos \vartheta \quad (4.9)$$

kde zrychlení kuličky v přední drážce je

$$a_{KPX} = a_x + \varepsilon_y \cdot c_{KP} - \varepsilon_z \cdot c_T \quad (4.10)$$

$$a_{KPY} = a_y - \varepsilon_x \cdot c_{KP} \quad (4.11)$$

a v zadní drážce

$$a_{KZX} = a_x - \varepsilon_y \cdot c_{KZ} - \varepsilon_z \cdot c_T \quad (4.12)$$

$$a_{KZY} = a_y + \varepsilon_x \cdot c_{KZ} \quad (4.13)$$

Dosazením do rovnice (4.9) pro kuličku v přední drážce dostanu pohybovou rovnici

$$1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r + 2 \cdot \delta_T \cdot \omega_\varphi \cdot r = (a_x + \varepsilon_y \cdot c_{KP} - \varepsilon_z \cdot c_T) \cdot \sin \vartheta - (a_y - \varepsilon_x \cdot c_{KP}) \cdot \cos \vartheta - g \cdot \cos \vartheta \quad (4.14)$$

Obdobně pro zadní drážku

$$1,4 \cdot \varepsilon_\varphi \cdot r + 2 \cdot \delta_T \cdot \omega_\varphi \cdot r = (a_x - \varepsilon_y \cdot c_{KZ} - \varepsilon_z \cdot c_T) \cdot \sin \vartheta - (a_y + \varepsilon_x \cdot c_{KZ}) \cdot \cos \vartheta - g \cdot \cos \vartheta \quad (4.15)$$

Normálová síla od kuliček v přední drážce je pak rovna

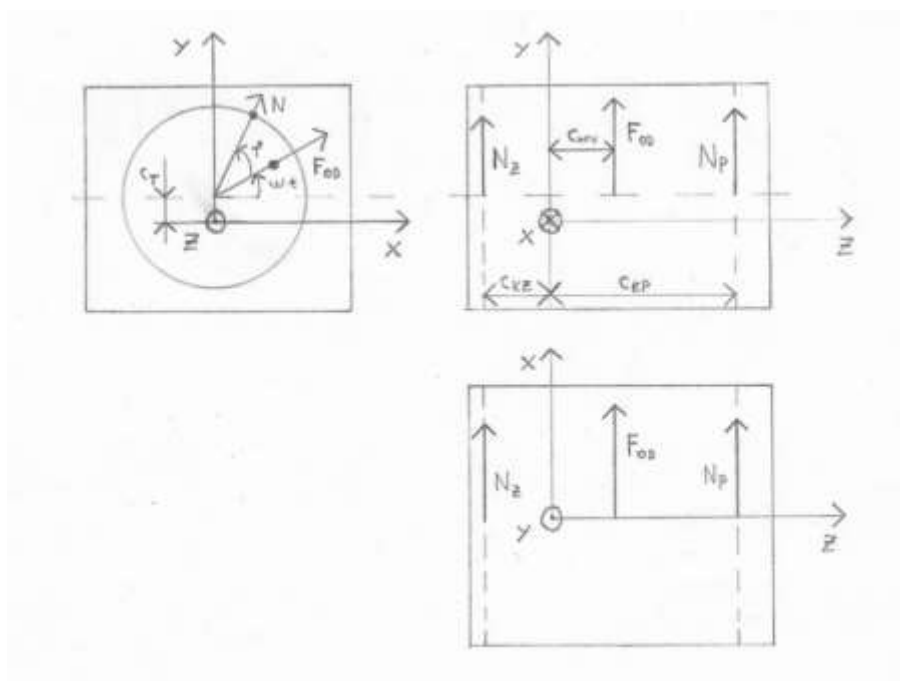
$$N_P = -m_k \cdot (a_x + \varepsilon_y \cdot c_{KP} - \varepsilon_z \cdot c_T) \cdot \cos \vartheta - m_k \cdot (a_y - \varepsilon_x \cdot c_{KP}) \cdot \sin \vartheta + m_k \cdot r \cdot (\omega + \omega_\varphi)^2 - m_k \cdot g \cdot \sin \vartheta \quad (4.16)$$

a pro zadní drážku

$$N_Z = -m_k \cdot (a_x - \varepsilon_y \cdot c_{KZ} - \varepsilon_z \cdot c_T) \cdot \cos \vartheta - m_k \cdot (a_y + \varepsilon_x \cdot c_{KZ}) \cdot \sin \vartheta + m_k \cdot r \cdot (\omega + \omega_\varphi)^2 - m_k \cdot g \cdot \sin \vartheta \quad (4.17)$$

4.3.2 Pohybové rovnice pračky

Pračka koná obecný prostorový pohyb, který se dá ale rozdělit na posuvný (x, y) a sférický (ψ_x, ψ_y, ψ_z). Při sférickém pohybu vznikají gyroskopické momenty, které je nutné také brát v úvahu.



Obr. 49 Síly působící na pračku

Pohybové rovnice pro posuvy jsou

$$m_{\text{celk}} \cdot \{a\}^{<1>} + \mathbf{B} \cdot \{v\}^{<1>} + \mathbf{K} \cdot \{u\}^{<1>} = F_{OD} \cdot \cos(\omega \cdot t) + N_P \cdot \cos \vartheta + N_Z \cdot \cos \vartheta \quad (4.18)$$

$$m_{\text{celk}} \cdot \{a\}^{<2>} + \mathbf{B} \cdot \{v\}^{<2>} + \mathbf{K} \cdot \{u\}^{<2>} = F_{OD} \cdot \sin(\omega \cdot t) + N_P \cdot \sin \vartheta + N_Z \cdot \sin \vartheta \quad (4.19)$$

A pro sférický pohyb

$$I_x \cdot \{a\}^{<3>} + \omega_y \cdot \omega_z \cdot (I_z - I_y) + \mathbf{B} \cdot \{v\}^{<3>} + \mathbf{K} \cdot \{u\}^{<3>} = -F_{OD} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot c_{\text{nev}} - N_P \cdot \sin \vartheta \cdot c_{KP} + N_Z \cdot \sin \vartheta \cdot c_{KZ} \quad (4.20)$$

$$I_y \cdot \{a\}^{<4>} + \omega_x \cdot \omega_z \cdot (I_x - I_z) + \mathbf{B} \cdot \{v\}^{<4>} + \mathbf{K} \cdot \{u\}^{<5>} = F_{OD} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot c_{\text{nev}} + N_P \cdot \cos \vartheta \cdot c_{KP} - N_Z \cdot \cos \vartheta \cdot c_{KZ} \quad (4.21)$$

$$I_z \cdot \{a\}^{<5>} + \omega_x \cdot \omega_y \cdot (I_y - I_x) + \mathbf{B} \cdot \{v\}^{<5>} + \mathbf{K} \cdot \{u\}^{<5>} = -F_{OD} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot c_T - N_P \cdot \cos \vartheta \cdot c_T - N_Z \cdot \cos \vartheta \cdot c_T \quad (4.22)$$

kde

I_x, I_y, I_z jsou momenty setrvačnosti k jednotlivým osám

c_{nev} je vzdálenost nevývahy od těžiště ve směru osy z

Po dosazení a úpravě dostanu pohybové rovnice v maticovém zápisu:

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{a} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{m}_{\text{gyr}} = \mathbf{P} \quad (4.23)$$

kde

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{1,1} & m_{1,2} & m_{1,3} & m_{1,4} & m_{1,5} \\ & m_{2,2} & m_{2,3} & m_{2,4} & m_{2,5} \\ & & m_{3,3} & m_{3,4} & m_{3,5} \\ & sym & & m_{4,4} & m_{4,5} \\ & & & & m_{5,5} \end{bmatrix} \quad \text{je matice hmot}$$

a její členy jsou

$$m_{1,1} = m_{\text{celk}} + m_k \cdot \sum_{i=1}^n \cos^2 \vartheta_i$$

$$m_{1,2} = m_k \cdot \sum_{i=1}^n \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i$$

$$m_{1,3} = -m_k \cdot \left(c_{\text{KP}} \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i - c_{\text{KZ}} \cdot \sum_{i=1}^{n_z} \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i \right)$$

$$m_{1,4} = m_k \cdot \left(c_{\text{KP}} \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \cos^2 \vartheta_i - c_{\text{KZ}} \cdot \sum_{i=1}^{n_z} \cos^2 \vartheta_i \right)$$

$$m_{1,5} = -m_k \cdot c_T \cdot \sum_{i=1}^n \cos^2 \vartheta_i$$

$$m_{2,2} = m_{\text{celk}} + m_k \cdot \sum_{i=1}^n \sin^2 \vartheta_i$$

$$m_{2,3} = -m_k \cdot \left(c_{\text{KP}} \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \sin^2 \vartheta_i - c_{\text{KZ}} \cdot \sum_{i=1}^{n_z} \sin^2 \vartheta_i \right)$$

$$m_{2,4} = m_k \cdot \left(c_{\text{KP}} \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i - c_{\text{KZ}} \cdot \sum_{i=1}^{n_z} \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i \right)$$

$$m_{2,5} = -m_k \cdot c_T \cdot \sum_{i=1}^n \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i$$

$$m_{3,3} = I_x + m_k \cdot \left(c_{KP}^2 \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \sin^2 \vartheta_i + c_{KZ}^2 \cdot \sum_{i=1}^{n_z} \sin^2 \vartheta_i \right)$$

$$m_{3,4} = -m_k \cdot \left(c_{KP}^2 \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i - c_{KZ}^2 \cdot \sum_{i=1}^{n_z} \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i \right)$$

$$m_{3,5} = m_k \cdot c_T \cdot \left(c_{KP} \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i - c_{KZ} \cdot \sum_{i=1}^{n_z} \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i \right)$$

$$m_{4,4} = I_y + m_k \cdot \left(c_{KP}^2 \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \cos^2 \vartheta_i + c_{KZ}^2 \cdot \sum_{i=1}^{n_z} \cos^2 \vartheta_i \right)$$

$$m_{4,5} = -m_k \cdot c_T \cdot \left(c_{KP} \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \cos^2 \vartheta_i - c_{KZ} \cdot \sum_{i=1}^{n_z} \cos^2 \vartheta_i \right)$$

$$m_{5,5} = I_z + m_k \cdot c_T^2 \cdot \sum_{i=1}^n \cos^2 \vartheta_i$$

n

je celkový počet vyvažovacích kuliček

n_p

je počet vyvažovacích kuliček v prednej rovine

n_z

je počet vyvažovacích kuliček v zadnej rovine

dále

$$\mathbf{a} = \begin{Bmatrix} a_x \\ a_y \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix}$$

je sloupcová matice zrychlení

\mathbf{B}

je matice tlumení

$$\mathbf{v} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix}$$

je sloupcová matice rychlostí

\mathbf{K}

je matice tuhosti

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ \psi_x \\ \psi_y \\ \psi_z \end{Bmatrix}$$

je sloupcová matice posuvů

$$\mathbf{m}_{\text{gyr}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_y \cdot \omega_z \cdot (I_z - I_y) \\ \omega_x \cdot \omega_z \cdot (I_x - I_z) \\ \omega_x \cdot \omega_y \cdot (I_y - I_x) \end{Bmatrix}$$

je sloupcová matice gyroskopických momentů

$$\mathbf{P} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \end{Bmatrix}$$

je sloupcová matice pravých stran

a její členy jsou

$$p_1 = F_{\text{OD}} \cdot \cos(\omega \cdot t) + m_k \cdot r \cdot \sum_{i=1}^n (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot \cos \vartheta_i - m_k \cdot g \cdot \sum_{i=1}^n \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i$$

$$p_2 = F_{\text{OD}} \cdot \sin(\omega \cdot t) + m_k \cdot r \cdot \sum_{i=1}^n (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot \sin \vartheta_i - m_k \cdot g \cdot \sum_{i=1}^n \sin^2 \vartheta_i$$

$$p_3 = -F_{\text{OD}} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot c_{\text{nev}} - m_k \cdot r \cdot \left(c_{\text{KP}} \cdot \sum_{i=1}^{n_p} (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot \sin \vartheta_i - c_{\text{KZ}} \cdot \sum_{i=1}^{n_z} (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot \sin \vartheta_i \right) + m_k \cdot g \cdot \left(c_{\text{KP}} \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \sin^2 \vartheta_i - c_{\text{KZ}} \cdot \sum_{i=1}^{n_z} \sin^2 \vartheta_i \right)$$

$$p_4 = F_{\text{OD}} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot c_{\text{nev}} + m_k \cdot r \cdot \left(c_{\text{KP}} \cdot \sum_{i=1}^{n_p} (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot \cos \vartheta_i - c_{\text{KZ}} \cdot \sum_{i=1}^{n_z} (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot \cos \vartheta_i \right) - m_k \cdot g \cdot \left(c_{\text{KP}} \cdot \sum_{i=1}^{n_p} \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i - c_{\text{KZ}} \cdot \sum_{i=1}^{n_z} \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i \right)$$

$$p_5 = -F_{\text{OD}} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot c_T - m_k \cdot r \cdot c_T \cdot \left(\sum_{i=1}^{n_p} (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot \cos \vartheta_i + \sum_{i=1}^{n_z} (\omega + \omega_\varphi)^2 \cdot \cos \vartheta_i \right) + m_k \cdot g \cdot c_T \left(\sum_{i=1}^n \sin \vartheta_i \cdot \cos \vartheta_i \right)$$

Po získání pohybových rovnic je již možné opět využít Newmarkovu metodu pro řešení numerické integrace a získání jednotlivých posuvů a úhlů.

5 Vyhodnocení a závěr

Předmětem této bakalářské práce bylo analyzovat vliv samo-vyvažovacího mechanismu na kmitání pračky. V první kapitole jsem popisoval tento mechanismus a následně metody numerické integrace, kterými je možné řešit tuto problematiku.

Ve druhé kapitole jsem prováděl analytické výpočty 2D modelu bez zakomponování samo-vyvažovacího mechanismu. V Tabulce 1. jsou zobrazeny hodnoty amplitud pro různou nevývahu bez uvažování kuliček. Tyto výsledky byly později potvrzeny numerickou integrací v kap. 3.2.3.

Ve třetí kapitole jsem prováděl výpočet numerickou integrací, který jsem porovnával s analytickým výpočtem. Při rozboru samo-vyvažovacího mechanismu mohou nastat 3 odlišné situace, které bylo nutné analyzovat. V prvním případě, když se prádlo rozloží rovnoměrně, bylo cílem zjistit, zda nevzniká kmitání, které by bylo buzené kuličkami. Dle získaných výsledků se kuličky rozmístí téměř rovnoměrně okolo bubnu pračky a odstředivá síla, která na ně působí se navzájem vyruší, a tudíž kmitání nevzniká.

Druhý případ nastává, když odstředivá síla od nevývahy je menší než odstředivá síla od kuliček. V této situaci kuličky téměř dokonale soustavu vyváží a kmitání sníží na minimální hodnoty. Kuličky se shromáždí naproti nevývaze pouze tak, aby součet jejich odstředivých sil ve směru síly od nevývahy byl přibližně stejně velký jako odstředivá síla od nevývahy. A jelikož působí na opačnou stranu, výsledná odstředivá síla (a tedy i kmitání) bude minimální.

Ve třetím případě, když odstředivá síla od nevývahy je větší než od kuliček, se kuličky shromáždí naproti nevývaze, a sníží tím výslednou odstředivou sílu a tím i kmitání.

Výsledky získané numerickou integrací potvrzují správnost a také možnost využití relativně jednoduchého analytického řešení pro výpočet amplitud kmitání viz vzorce (3.29-3.32). Jelikož v řešení Newmarkovou metodou nebyl zahrnut kontakt těles, a tudíž se v tomto výpočtu nebere v úvahu úhel, který mezi sebou kuličky svírají, dá se potvrzený analytický výpočet považovat v některých případech za přesnější.

Ve čtvrté kapitole je stručně popsán 3D model pračky. Přibývají zde další stupně volnosti a také další nutné parametry. Cílem bylo odvodit pohybové rovnice.

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat svému vedoucímu bakalářské práce doc. Ing. Jiřímu Podešvovi, Ph. D. za pomoc, rady a celkové vedení této práce.

6 Seznam použité literatury

- [1] Biloš, J., Bilošová, A. *Aplikovaný mechanik jako součást týmu konstruktérů a vývojářů: část vibrační diagnostika*. Skriptum VŠB-TUO, Ostrava, 2012.
- [2] Bittnar, Z., Řeřicha, P. *Metoda konečných prvků v dynamice konstrukcí*. SNTL, Praha, 1981.
- [3] Brousil, J., Slavík, J., Zeman, V. *Dynamika*. SNTL, Praha, 1989.
- [4] Clerec, C., Carbonelli, A., Augez, R. *An auto-balancer device for high spin-drynig frequencies (LoWash Project)*. MATEC Web of Conferences 20, 2015.
- [5] *FS800, Průmyslová pračka*. Primus [online]. [cit. 4. 4. 2019]. Dostupné z: https://www.primuslaundry.com/cs/the_products/fs800-2/
- [6] Koevoets, A.H. *Automatic balancing unit: an introduction*. Technische Universiteit Eindhoven 27, 2001.
- [7] Lu, C., Hung, C. *Stability analysis of Three-Ball Automatic Balancer*. Journal of Vibration and Acoustic 130, 2008.
- [8] Olsson, K. *Limits for the Use of Auto-Balancing*. International Journal of Rotating Machinery 10, 2004.